

Mathematik für Naturwissenschaftler

Aufgabenblatt 10

Aufgabe 1

Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und berechnen Sie sie gegebenenfalls:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 2x - 1}{2x^2 + 3}$$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} \sqrt{\frac{x^2}{1 + x^4}}.$$

(4 P)

Aufgabe 2

Für eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ soll gelten:

$$|f(x)| \leq |x| \text{ für alle } x \in \mathbb{R}.$$

- Beweisen Sie: f ist im Punkt $x_0 = 0$ stetig.
- Skizzieren Sie je ein Beispiel, in dem die obigen Bedingung erfüllt bzw. nicht erfüllt ist.

(4 P)

Aufgabe 3

Gegeben ist folgende Bevölkerungsstatistik der Erde.

Jahr	Erdbevölkerung (in Millionen)
1	≈ 160
1850	≈ 1200
1940	2249
1950	2509
1960	3010
1970	3632
2006	6519

- a) Man teste anhand der Tabelle, ob für die Entwicklung der Erdbevölkerung im Zeitraum 1940 bis 1970 die exponentielle Wachstumseigenschaft

$$f(s)/f(0) = f(s+t)/f(t) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}$$

näherungsweise erfüllt ist.

- b) Der Test aus a) sei positiv und $E(t) = E_0 e^{\alpha t}$ beschreibe die Bevölkerungsexplosion. Bestimmen Sie die Konstanten E_0 und α , so dass $e(t)$ für $t = 1950$ und $t = 1970$ mit obiger Tabelle übereinstimmt. Um wieviel Prozent wächst dann die Erdbevölkerung pro Jahr. In welchem Zeitintervall verdoppelt sie sich? Wird die aktuelle Bevölkerung korrekt vorhergesagt?

(4 P)

Abgabe: Donnerstag, 26.1.2006 in der Vorlesung oder Freitag, 27.1.2006 bis 12:00 in den Kästen. Für jede Aufgabe ein eigenes Blatt nehmen sowie auf jedem Blatt Namen, Matrikelnummer und die Übungsgruppe eintragen. Sie dürfen in Gruppen bis zu zwei Personen abgeben.