

Numerik II

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1

Ein Physiker macht ein Physikexperiment. An den Stellen $t = -1, 0$ und 2 erhält er die Werte $1, 2$ und -3 . Er versucht nun, eine Parabel $y(t) = at^2 + b$ in Abhängigkeit von den Parametern a und b so zu bestimmen, dass die Summe der Fehlerquadrate minimal wird. Formulieren Sie dazu das entsprechende Ausgleichsproblem $\min \|\mathbf{Ax} - \mathbf{b}\|_2$ und lösen Sie es mittels der Normalgleichungen. (4 P)

Aufgabe 2

Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, ferner $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ und $Z \in \mathbb{R}^{n \times n}$ orthogonal. Dann ist $\|QAZ\|_2 = \|A\|_2$ und $\|QAZ\|_F = \|A\|_F$. (4 P)

Aufgabe 3

Beweisen Sie Lemma 8.15 der Vorlesung:

Sind ϕ und ψ zwei lineare Iterationsverfahren mit den Iterationsmatrizen M_ϕ und M_ψ , dann gilt

- Sind ϕ und ψ konsistent, so ist auch die Produktiteration $\phi \circ \psi$ konsistent.
- Die Iterationsmatrix der Produktiteration $\phi \circ \psi$ hat die Form

$$M_{\phi \circ \psi} = M_\phi M_\psi.$$

- $\phi \circ \psi$ und $\psi \circ \phi$ besitzen die gleichen Konvergenzeigenschaften.

(4 P)

Abgabe: Freitag, 29.10.2004 vor der Vorlesung