Fachbereich Mathematik und Informatik **WiSe 2004/2005**
Prof. Dr. Andreas Meister
Fil. mag. Philipp Birken

Numerik II

Aufgabenblatt 3

Aufgabe 1
Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ symmetrisch und positiv definit und gelte $A^j = A$ für ein $j \in \mathbb{N}$ mit $n > j > 1$, dann liefert das CG-Verfahren spätestens mit x_j die exakte Lösung der Gleichung $Ax = b$ für beliebiges $b \in \mathbb{R}^n$. (4 P)

Aufgabe 2
Seien $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine symmetrische und positiv definite Matrix, $\mathbf{b}$ eine rechte Seite und $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, ..., \mathbf{p}_{n-1}$ vorgegebene, bezüglich $\mathbf{A}$ paarweise konjugierte Richtungen. Man finde einen Vektor $\mathbf{x}_0$, so dass das Verfahren der konjugierten Richtungen zur Lösung von $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ mit Startwert $\mathbf{x}_0$ dieselben Vektoren $\mathbf{x}_j = \mathbf{x}_0$ (aber i.A. nicht die Lösung des Gleichungssystems) für $j = 1, 2, ..., n-1$ liefert. Was ist $\mathbf{x}_n$? (4 P)

Aufgabe 3
Beweisen Sie, dass für jede reguläre Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ mit $A_{ii} \neq 0$, $i = 1, ..., n$ für die Matrix $B := SA$ mit $S := diag(a_{11}^{-1}, ..., a_{nn}^{-1})$ die Aussage

$$cond_2(B) \leq cond_2(A)$$

gilt oder liefern Sie ein Gegenbeispiel. (4 P)

Abgabe: **Freitag, 12.11.2004 vor der Vorlesung**