Fachbereich Mathematik und Informatik **WiSe 2004/2005**
Prof. Dr. Andreas Meister
Fil. mag. Philipp Birken

Numerik II

Aufgabenblatt 5

Aufgabe 1
Es sei $\mathbf{A} = \mathbf{D} - \mathbf{L} - \mathbf{U}$ eine Matrix mit positiven Diagonalelementen a_{ii} und $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{A}\mathbf{D}^{-1/2} = \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{L}} - \tilde{\mathbf{U}}$ die zugehörige skalierte Matrix mit Diagonalelementen $\tilde{a}_{ii} = 1$. Man zeige, dass die Spektralradien des relaxierten Jacobi- und des relaxierten Gauß-Seidel-Verfahrens durch die Skalierung nicht beeinflusst werden. (4 P)

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie die Eigenfunktionen und Eigenwerte des zweidimensionalen Laplace-Operators

$$\Delta u = u_{xx} + u_{yy}, \quad u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$$

b) Diskretisieren Sie die zweidimensionale Laplace-Gleichung

$$-\Delta u = f, \text{ auf } \Omega = (0,1) \times (0,1), u = u_0 \text{ auf } \partial\Omega$$

auf einem kartesischen $n \times n$ Gitter mittels

$$-\Delta u(x_i, y_j) \approx (-u(x_{i-1}, y_j) - u(x_{i+1}, y_j) + 4u(x_i, y_j) - u(x_i, y_{j-1}) - u(x_i, y_{j+1}))/h^2.$$

Stellen Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem auf.

(4 P)

Aufgabe 3
Zeigen Sie: eine reguläre Dreiecksmatrix ist konsistent geordnet. (4 P)

Abgabe: **Freitag, 26.11.2004 vor der Vorlesung**