Fachbereich Mathematik und Informatik **WiSe 2004/2005**
Prof. Dr. Andreas Meister
Fil. mag. Philipp Birken

Numerik II

Aufgabenblatt 8

Aufgabe 1
Beweisen Sie:

$$\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}.$$

Hinweis: Zunächst ist anhand eines geeigneten Kriteriums die Konvergenz dieses uneigentlichen Integrals zu zeigen. (4 P)

Aufgabe 2
Gegeben sei die 2-periodische Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad -1 \leq x \leq 0, \\ 1-x & , \quad 0 \leq x < 1. \end{cases}$$

i) Berechnen Sie die Fourier-Reihe der Funktion.

ii) Zeigen Sie mit Hilfe von i) die Identität $\sum_{k=1}^\infty \frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$.

(4 P)

Aufgabe 3
Gegeben sei die Sägezahnfunktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad t = 0;\ t = 2\pi, \\ (\pi - t)/2 & , \quad 0 < t < 2\pi \end{cases}$$

mit der Fourier-Reihendarstellung $\sum_{k=1}^\infty \frac{\sin kt}{k}$.

i) Zeigen Sie folgende Abschätzung für das n-te Restglied:

$$|R_n(t)| \leq \frac{2}{(2n+1)\sin(t/2)}.$$

ii) Wieviele Partialsummen sind notwendig, um im Intervall $[0.3, 2\pi - 0.3]$ einen Fehler von kleiner als 0.1 zu erhalten? Wie sieht das am Rand aus und warum?

(4 P)

Abgabe: **Freitag, 17.12.2004 vor der Vorlesung**