



# Alles logisch, oder was?

## Zusatzmaterial



### Weitere Logeleien

Zum einfacheren Lösen der hier formulierten Probleme überlege Dir zuerst, wie die im Artikel vorgestellte Methode für Aussagen für größere Formeln erweitert werden kann.

#### Logelei 1 (Die Geburtstagsfeier)

Emil möchte seinen Geburtstag feiern. Leider sind seine Freunde Anne, Bernd, Christine und Dirk recht schwierig. Und zwar ist es so, dass Anne nur kommt, wenn auch Bernd kommt. Bernd kommt nur, wenn Christine kommt. Wenn wiederum Christine kommt, kommt auch Dirk. Wenn allerdings Bernd und Dirk kommen, kommt Christine nicht. Dirk kommt nur, wenn Anne oder Bernd kommen.

Wer kommt zu Emils Geburtstag?

#### Logelei 2 (Sofies Welt)

Nachdem Sofie schon einiges gelernt hat, reflektiert sie noch einmal über die alten Griechen. Nur dann, wenn Sokrates ein großer Philosoph war, war auch sein Schüler Platon ein großer Philosoph. Wenn Sokrates ein großer Philosoph war und den Mächtigen von Athen gefährlich erschien, dann musste er den Schierlingsbecher (Becher mit Gift) trinken. Sokrates erschien den Mächtigen Athens genau dann gefährlich, wenn auch Platon ein großer Philosoph war.

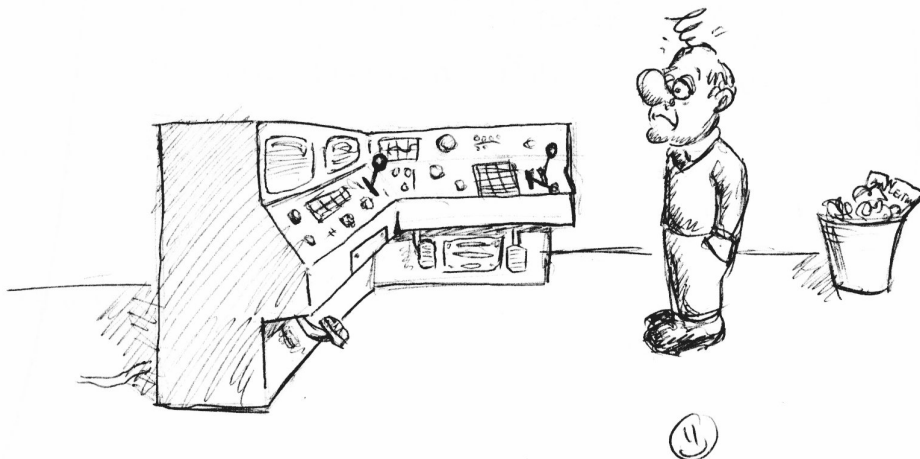
Wenn Sokrates den Mächtigen von Athen gefährlich erschien, musste er dann den Giftbecher trinken?

#### Logelei 3 (Die Firma)

Ein neuer Mitarbeiter der Produktionsabteilung soll eine Maschine bedienen, deren Funktionsweise er jedoch nicht kennt. Zu seinem Unglück ist auch die Bedienungsanleitung nicht mehr vollständig vorhanden. Aus ihr erfährt er lediglich, dass er unbedingt den roten Knopf betätigen muss. Um auch die restlichen notwendigen Einstellungen der Maschine zu erfahren, befragt er schließlich seine Kollegen und erhält folgende Antworten:

- 1) Genau dann, wenn der rote Knopf gedrückt wird, muss auch der gelbe Knopf gedrückt werden.
- 2) Wenn der rote Knopf gedrückt und der grüne Hebel gezogen wird, dann muss auch das blaue Pedal getreten werden.
- 3) Wenn der gelbe Knopf gedrückt wird, muss auch der grüne Hebel gezogen werden.

Da er aus diesen Anweisungen nicht schlau wird, wendet er sich an seinen Meister, welcher sagt: „Ganz klar, du musst auf jeden Fall das blaue Pedal treten.“



Hat der Meister recht?

#### Logelei 4 (Homer rettet die Welt — oder umgekehrt?)

Homer J. Simpson, Vater von drei Kindern und Bürger der Stadt Springfield, ist Sicherheitsinspektor des örtlichen Atomkraftwerks. Dort ist er aber nicht gerade durch seine Geistesblitze bekannt. Als er eines Tages durch eine winzig kleine Unachtsamkeit einen Störfall verursacht und eine Kernschmelze unmittelbar bevorsteht, liegt die Zukunft der ganzen Stadt in seinen Händen. Zufällig bemerkt er, dass auf dem Kontrollpult drei Knöpfe blinken, und im Handbuch findet er dazu folgende Hinweise:

- 1) Drücken Sie niemals den ersten und den zweiten Knopf gemeinsam.
- 2) Haben Sie den ersten oder den zweiten Knopf gedrückt, so muss auch der dritte Knopf gedrückt werden.
- 3) Entweder muss der erste Knopf gedrückt werden oder der dritte Knopf darf nicht gedrückt werden.

Da Homer aus diesen Hinweisen nicht schlau wird, ruft er seine Frau Marge an. Nach kurzer Überlegung antwortet diese: „Lass' bloß die Finger vom zweiten Knopf.“

Hat Marge recht?

#### Logelei 5 (MASH 4077)

MASH 4077, Korea, 1951. Hawkeye hat beim Baseball seinen Golfschläger zertrümmert und braucht dringend einen neuen. Er wendet sich mit seinem Problem an Radar. Der schwingt sich ans Funkgerät und legt nach einiger Zeit die folgende Liste mit möglichen Tauschgeschäften vor:

	Morphium + reiner Alkohol	→	1 Schinken + 1 Flasche Whisky
1 Flasche Whisky + 1 Flasche Selbstgebrannter		→	1 Lenkrad
	1 Tüte Gips + 1 Schinken	→	1 Topf + 1 Grammophon
	1 Grammophon + 1 Lenkrad	→	1 Golfschläger

Im Lager vorhanden sind Morphium, reiner Alkohol, Selbstgebrannter und Gips.

Bekommt Hawkeye einen neuen Golfschläger?

#### Logelei 6 (Das kommt mir Spanisch vor!)

Eine Person macht die folgenden Aussagen:

- 1) Wenn ich genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Auto.
- 2) Wenn ich nicht genug Geld gespart habe, kaufe ich mir ein Fahrrad.
- 3) Wenn ich ein Auto kaufe, fahre ich nach Spanien in den Urlaub.
- 4) Wenn ich ein Fahrrad kaufe, bleibe ich im Urlaub daheim.
- 5) Ich habe im Vorjahr kein gespartes Geld verbraucht.
- 6) In diesem Jahr habe ich keine anderen Ausgaben.
- 7) Es stimmt nicht, dass ich nicht genug Geld gespart habe und weder im Vorjahr gespartes Geld verbraucht habe noch in diesem Jahr andere Ausgaben habe.

Fährt diese Person nach Spanien in den Urlaub?

#### Logelei 7 (Schneewittchen hat Zwergenprobleme)

Nachdem Schneewittchen schon einige Zeit bei den Zwergen verbracht hat, guckt sie eines Morgens in den Kleiderschrank und seufzt: „Ich habe ja gar nichts zum Anziehen. Ich muss shoppen gehen.“ Die Zwerge erkennen sogleich die Notlage, in der sich Schneewittchen befindet, und beschließen, dass mindestens einer von ihnen Schneewittchen in die Stadt begleitet. Drei der Zwerge scheiden als Begleitung direkt aus, da sie Holz hacken müssen. Mögliche Begleiter sind die Zwerge Alberich, Gimli, Rübezahl und Zwergnase. Nun sind aber Zwerge recht schwierige Zeitgenossen. Und so diskutieren sie, wer mit in die Stadt geht.

Alberich: „Wenn Gimli nicht geht und Rübezahl nicht geht, dann geh' ich auch nicht.“

Gimli: „Ich gehe nur, wenn Rübezahl oder Zwergnase mitgeht.“

Rübezahl: „Wenn Gimli nicht geht, dann gehe ich auch nicht.“

Zwergnase: „Ich gehe nur, wenn Gimli nicht mitkommt. Wenn Rübezahl geht, dann will ich auf jeden Fall mit.“

Zeige, dass die vier Zwerge nur zufrieden sind, wenn Zwergnase als einziger mit Schneewittchen in die Stadt geht.

### Logelei 8 (Der Wolf. Das Schwein. Hurz.)

Bauer Horst besitzt einen kleinen Acker, einen Wolf und das Schwein Borsti. Wenn der Händler ehrlich ist, ist das Saatgut, das Horst von ihm kauft, gut. Wenn das Saatgut und das Wetter im Sommer gut sind, verdient Horst ausreichend Geld. Wenn er ausreichend Geld hat, füttert er den Wolf. Wenn er den Wolf gefüttert hat und in der Stadt Kirmes ist, geht er in die Stadt und lässt Wolf und Borsti allein. Wenn der Wolf gefüttert worden ist, ist er satt. Wenn der Wolf satt ist oder der Bauer anwesend ist, wird Borsti nicht gefressen.

a) Zeige, dass diese Situation durch das folgende Ideal beschrieben wird:

$$I := \text{Ideal}(x[1]x[2]+x[1], x[2]x[3](x[4]+1), x[4]x[5]+x[4], \\ x[5]x[6](x[7]+1), x[5]x[8]+x[5], ((x[8]+1)x[7])(y+1)+(y+1));$$

b) Angenommen, in der Stadt ist Kirmes. Wird Borsti *nicht* gefressen, wenn das Wetter im Sommer gut und der Händler ehrlich waren?

### Logelei 9 (Fußball-Logik)

Bei der Fußball-EM 2008 sind Tschechien, Lettland, Deutschland und die Niederlande in einer Gruppe. Der Gruppenerste und der Gruppenzweite kommen weiter ins Viertelfinale, die beiden Gruppenletzten scheiden aus. Günther Angler, seines Zeichens gemeinsam mit Norbert Prinz Fußballexperte beim Fernsehsender BSE, stellt folgende Thesen auf:

- 1) Die Niederlande kommen nur dann weiter, wenn sie gegen Deutschland gewinnen.
- 2) Wenn die Niederlande gegen Deutschland gewinnen, sind sie sich ihrer Sache so sicher, dass sie gegen Lettland nicht gewinnen.
- 3) Wenn Deutschland gegen die Niederlande verliert, gewinnt Deutschland die beiden restlichen Spiele gegen Lettland und Tschechien.
- 4) Tschechien verliert nur dann gegen Deutschland, wenn Tschechien gegen Lettland und die Niederlande gewonnen hat.
- 5) Wenn Tschechien gegen Lettland und die Niederlande gewinnt und Deutschland gegen Tschechien und Lettland gewinnt, dann müssen die Niederlande gegen Lettland gewinnen, um weiterzukommen.

Angenommen Herr Angler hat Recht. Zeige mittels CoCoA, dass dann die Niederlande nicht weiterkommen.

### Logelei 10 (Logik ist kinderleicht)<sup>1</sup>

Von sechs Schülerinnen, die an der zweiten Stufe der Mathematik-Olympiade teilgenommen haben, haben genau zwei 36 Punkte erreicht. Fünf der Korrektoren wurden gefragt, welche Mädchen es waren. Sie sagten:

- 1) „Ich glaube, es waren Anja und Cornelia.“
- 2) „Soweit ich mich erinnere, waren es Barbara und Dorothea.“
- 3) „Ich habe mir Federike und Anja gemerkt.“
- 4) „Nein, nein, nein, es waren Barbara und Elke!“
- 5) „Meine Erinnerung sagt: Dorothea und Anja.“

Nun ist bekannt, dass bei einer Antwort beide Namen nicht stimmen, während bei den anderen vier Antworten jeweils ein Mädchen wirklich 36 Punkte erreicht hat und eines nicht.

Welche beiden Mädchen rhalten die Urkunden für ihre 36 Punkte?

---

<sup>1</sup>Diese Aufgabe entsammt der 46. Mathematik-Olympiade (2. Stufe/Regionalstufe) für die Klassen der Jahrgangsstufe 5.