

## Mathematik in Schule und Hochschule – Wie groß ist die Lücke und wie gehen wir mit ihr um?

Bärbel Barzel, Rolf Biehler und Gilbert Greefrath  
(GDM-Vertreter in der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule)

Die Lücke im Fach Mathematik zwischen dem, was die Schule leisten kann, und dem, was die Hochschulen vor allem in den MINT-Fächern von ihren Studienanfängerinnen und -anfängern erwarten, ist inzwischen in aller Munde und wird vielfältig diskutiert. Zwar wurden die Bildungsstandards in allen Bundesländern umgesetzt und der vom IQB (Institut für Qualitätsentwicklung im Bildungswesen) erarbeitete gemeinsame Abituraufgabenpool der Länder kam in 2017 erstmalig zum Einsatz, aber trotz dieser wichtigen Schritte zur Qualitätssicherung von Seiten der Schule, bleibt die Problematik virulent.

Vor diesem Hintergrund fand vom 29. bis 31. Mai 2017 in Münster die dritte Fachtagung der Mathematik-Kommission Übergang Schule–Hochschule ([www.mathematik-schule-hochschule.de](http://www.mathematik-schule-hochschule.de)) der drei Verbände DMV (Deutsche Mathematiker-Vereinigung), GDM (Gesellschaft für Didaktik der Mathematik) und MNU (Verband zur Förderung des MINT-Unterrichts) statt. Ziel der Tagung war es, die Diskussion um die Lücke zwischen Schule und Hochschule sachlich und konstruktiv, offen und kontrovers zu führen und gemeinsam Lösungswege anzudenken. Personen aus den drei Gruppen aus den drei Gruppen Schule/Ministerien, Mathematikdidaktik und Fachmathematik waren paritätisch an der Tagung beteiligt und es waren bewusst auch Autorinnen und Autoren von kritischen

Beiträgen gegen die Bildungsstandards eingeladen. Die insgesamt 58 Teilnehmenden waren sich einig, dass es die Lücke gibt, dass diese tendenziell immer größer wird und an den Hochschulen als großes Problem wahrgenommen wird.

Die Tagung war langfristig geplant, erhielt aber eine zusätzliche Aktualität durch verschiedene kontroverse öffentliche Verlautbarungen im Vorfeld der Tagung, die die veranstaltende Kommission auch zu einer eigenen Stellungnahme veranlasst hatte (Beides auf der Webseite der Kommission: [www.mathematik-schule-hochschule.de](http://www.mathematik-schule-hochschule.de)). Auf der Tagung waren Vertreterinnen und Vertreter aller Unterzeichnergruppen anwesend.

In den intensiven Diskussionen zu den Vorträgen und in den Arbeitsgruppen wurden verschiedene Gründe für die Lücke genannt. Veränderte strukturelle Rahmenbedingungen sind ein Ursachenkomplex. Dazu gehört zum einen die immer größere Heterogenität der Studienanfänger – die Studierendenquote wächst ständig und ist aus vielerlei Gründen aktuell mit über 50% eines Jahrgangs so hoch wie noch nie. Zum anderen werden die deutliche Senkung der Stundenzahlen im Fach Mathematik und die Abschaffung von Leistungskursen in einigen Bundesländern als Probleme genannt. Gerade die Anpassung der Stundenanzahl nach oben wäre sicher ein wichtiger Schritt zur Problemlösung. Dennoch bleibt die Frage nach wei-



58 Teilnehmende aus Schule, Hochschule und Bildungsadministration diskutierten die „Lücke“ (Foto: Corinna Hertleif)

*Tagungsprogramm (Auszug)*

29. 5.	13:00	Begrüßungsrunde Wolfram Koepf (Sprecher der Kommission)
	13:30	Vortrag und Diskussion Rolf Biehler (Universität Paderborn) Die Schnittstelle Schule-Hochschule – Übersicht und Fokus
	14:45	Mindestanforderungen – Was können Studienanfänger wirklich? Moderation: Henning Körner, Hubert Langlatz, Volker Bach Impulsvorträge: Ulf-Hermann Krüger (Niedersächsische Landesschulbehörde), Heiko Knospe (TH Köln)
30. 5.	9:15	Vortrag und Diskussion Sebastian Walcher (RWTH Aachen) Eine qualitative Beschreibung der Lücke
	10:30	Abitur- und Klausuraufgaben. Wie unterscheiden sich Prüfungsaufgaben an Schule und Hochschule? Moderation: Bärbel Barzel, Stefan Burghardt, Gilbert Greefrath Impulsvortrag: Bärbel Barzel (Universität Duisburg-Essen) und Gilbert Greefrath (Universität Münster)
	14:45	Projekt-, Vor- und Brückenkurse. Welche Unterstützungsangebote gibt es vor und zu Studienbeginn? Moderation und Impuls: Regina Bruder (Universität Darmstadt), Matthias Lippert (Röntgen-Gymnasium Remscheid-Lennep), Reinhard Hochmuth (Leibniz-Universität Hannover)
31. 5.	9:00	Anfängervorlesungen. Welche Optimierungsmöglichkeiten gibt es an der Hochschule? Moderation: Max Hoffmann, Wolfram Koepf, Jürg Kramer Impulsvorträge: Daniel Grieser (Universität Oldenburg), Wolfram Koepf (Universität Kassel)
	12:15	Fazit und Abschluss „Wie gehen wir zukünftig mit der Lücke um?“ Moderation: Bärbel Barzel

teren Ursachen und vor allem nach Lösungswegen offen.

Genau hier setzte die Tagung an und widmete sich in vier Blöcken den Themen „Mindestanforderungen“, „Abitur- und Klausuraufgaben“, „Projekt-, Vor- und Brückenkursen“ und „Anfängervorlesungen“. Die Themen waren bewusst so angelegt, dass Lösungsansätze sowohl aus Sicht der Schule als auch aus Sicht der Hochschule entwickelt werden konnten. Die Themenblöcke begannen jeweils mit kurzen, auch kontroversen Impulsvorträgen und endeten in einer aktiven Phase gemeinsamen Arbeitens. Zu Beginn der Tagung gab Rolf Biehler in einem Einführungsvortrag einen Überblick über Aktivitäten und Probleme an der Schnittstelle zwischen Schule und Hochschule.

In den Arbeitsgruppen wurden beispielsweise Abituraufgaben und erste Aufgaben auf Übungsblättern oder Klausuren an der Hochschule vergleichend analysiert. Dabei wurde eine unterschiedliche Herangehensweise beim Design von Aufgaben, z. B. hinsichtlich der Verwendung verschiedener Darstellungsarten, deutlich. Die Frage nach speziellen Anfängervorlesungen für Lehramtsstudierende wurde ebenfalls kritisch diskutiert und blieb kontrovers.

Zum Thema Projekt-, Vor- und Brückenkurse gibt es bereits viele Modellprojekte, die im Rahmen der Tagung nicht nur kurz vorgestellt, sondern in der aktiven Arbeitsphase auch vergleichend beurteilt und diskutiert wurden. Es wurde einmal mehr deutlich, dass sich die Ausweitung dieser Projekte positiv auswirken würde:

- Hochschulübergreifende, gemeinsam angebotene Programme (z. B. Vertiefungskurs Mathematik für die Schulen) könnten eine große Breitenwirkung zeigen.
- Ein Orientierungsstudium, Vorseмester oder spezielle Studiengänge, die einen langsameren Studieneinstieg ermöglichen, könnten hilfreich sein. Hier sind vor allem rechtliche Fragen zu klären, damit es beispielsweise nicht zu einem Wegfall der BAFöG-Berechtigung kommt.

Die Tagungsteilnehmenden sehen eine Chance, dass derartige Projekte letzten Endes auch die Abbruchquoten an den Hochschulen positiv beeinflussen könnten.

Bei allen vier Themenblöcken zeigten sich der Wunsch und die Notwendigkeit zu einem weiteren intensiveren Austausch und einer größeren Kooperation, wie es auch in Abbildung 1 zum Ausdruck kommt.

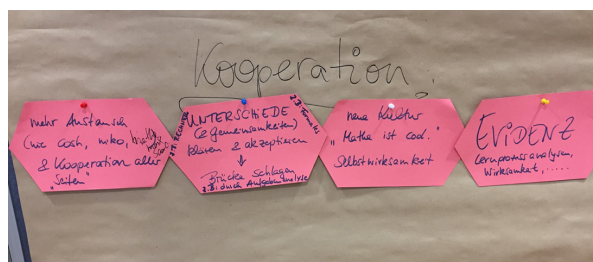


Abbildung 1. Kooperationen als weitere Schritte zum Umgang mit der Lücke

Kommunikation zwischen den verschiedenen Akteuren ist erforderlich. Deshalb zählt zu den wichtigsten nächsten Schritten,

- auf eine Ausschärfung der Bildungsstandards hinzuwirken. Schon einige wenige Konkretisierungen könnten hier dazu beitragen, dass die Lücke geringer ausfällt.
- die Schnittstellenaktivitäten fortzusetzen. Hier sollte konkret an gemeinsamen Anforderungen gearbeitet werden, stärker nach Evidenz gesucht werden, um die Diskussion noch weiter zu versachlichen und last but not least:
- Eine positive Kultur hinsichtlich Mathematik sollte aufgebaut werden. „Mathe ist cool“ und nicht nur Problemfach. Die Diskussion geht weiter, konkret in vielfältigen Angeboten auf der gemeinsamen Jahrestagung von GDM und DMV vom 5.–9. März 2018 in Paderborn.

Für all diese Diskussionen steht die Kommission als Akteurin und Ansprechpartnerin gerne zur Verfügung. Wir hoffen, dass wir auf weiteren Arbeitstref-

fen eine solch konstruktive Arbeitsatmosphäre wie auf dieser Tagung erreichen, um in Kooperation die Situation der Studierenden zu verbessern.

Zu der Tagung wird ein Heft der Zeitschrift *Der Mathematikunterricht* erscheinen, in dem Ausarbeitungen der beiden Vorträge von Biehler und Walcher und Ergebnisse der Arbeitsgruppen zu den vier Themenblöcken nachzulesen sein werden. Um die Vielfalt der Positionen zu dokumentieren, werden im Folgenden die Stellungnahmen von Tagungsteilnehmenden wieder abgedruckt, die die DMV-Mitteilungen zur Stellungnahme aus den Tagungsteilnehmenden ausgewählt hatten.

Bärbel Barzel, Universität Duisburg-Essen  
Email: baerbel.barzel@uni-due.de

Rolf Biehler, Universität Paderborn  
Email: rolf.biehler@upb.de

Gilbert Greefrath, Universität Münster  
Email: greefrath@uni-muenster.de

## Sieben Fragen an Tagungsteilnehmerinnen und -teilnehmer

---

*Um ein breites Meinungsbild zu gewinnen und eine sachliche Diskussion unter ihren Lesern zu initiieren, haben die Mitteilungen der Deutschen Mathematiker-Vereinigung die folgenden Fragen gestellt: 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule? 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden? 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich? 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung? 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen? 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen? 7. Wie haben Sie am besten gelernt?*

Volker Bach

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Die Lücke hat viele Ursachen: Die wichtigsten sind meines Erachtens erstens der stetig steigende Anteil der Studierenden an den Schulabsolventen. Dabei ist die Dominanz des Abiturs als primäre Studienzugangsberechtigung deutlich zurückgegangen und die Heterogenität der Gruppe der Studienanfänger hat sich

entsprechend deutlich erhöht. Dass die mathema-

tisch begabten Studierenden nun einen kleineren Teil der Studienanfänger darstellen, ist offenkundig.

Zweitens ist die Verringerung der Stundenzahl beim Mathematikunterricht bis zum Schulabschluss zu nennen. Dies ist in den vergangenen Jahren direkt, also durch Abschaffung von Leistungskursen oder durch Verlagerung auf andere Schulabschlüsse mit weniger Mathematikunterricht erfolgt.

Weniger wichtige, aber viel diskutierte Faktoren sind beispielsweise Kompetenzorientierung, der Einsatz von Taschenrechnern und Computeralgebrasystemen und weiterhin die Anwendungsorientierung auf Biegen und Brechen.

## 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Zunächst habe ich durch meine eigenen Kinder die Beobachtung gemacht, dass die Qualität des Mathematikunterrichts in erster Linie von der Lehrkraft abhängt. Zum Glück hatten meine Kinder sehr gute und engagierte Mathematiklehrerinnen und -lehrer. Insofern gilt es, gute Lehrerinnen und Lehrer für den Schuldienst zu gewinnen und die dafür notwendigen Weichen zu stellen. Ich bezweifle, dass die vielfach von Politikern geforderte Verstärkung der Didaktikausbildung hier einen entscheidenden Beitrag leisten kann. Wirkungsvoller wäre eine Erhöhung beziehungsweise Wiederherstellung der gesellschaftlichen Reputation und der Attraktivität des Lehrerberufs, etwa durch Festhalten an der Verbeamtung als Regelfall. Die Lehramtsstudiengänge sollten vor allem die begabten Studienanfänger anziehen!

Selbstredend sind auch kleine Klassen und Lerngruppen zu nennen. Mogelpackungen, wie das nordrhein-westfälische Inklusionsmodell, schaden allen.

Dann sind in den vergangenen Jahren konkret deduktive und abstrakte Elemente aus dem Schulunterricht verbannt oder auf dem Altar des Anwendungsbezugs geopfert worden, die wiederhergestellt werden müssen. Beispielsweise beobachte ich Schwächen beim händischen, vor allem überschlägigen Rechnen und in der elementaren Mengenlehre. Der Unterricht sollte vom Modellierungszwang befreit werden und wieder mehr rein mathematische Aufgaben stellen, bei denen nur eine Zahl oder Lösung bestimmt werden soll, ohne dass sie einen Bezug zur realen Welt haben muss.

Dieser letztere Wechsel bringt dann hoffentlich auch eine Abwendung von extrem textlastigen Mathematikaufgaben mit sich. Vor dem Hintergrund des großen Migrantenanteils unter den Schülerinnen und Schülern und deren später signifikant höheren Studienabbrecherquoten ist diese Abkehr dringend geboten!

## 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Als zentraler Punkt ist hier die Erhöhung der Stundenzahl des Mathematikunterrichts zu nennen. Dem Argument, dass dies nur auf Kosten anderer Fächer möglich ist, muss man entgegenen, dass Mathematik und Deutsch die einzigen Schulfächer sind, die von der ersten Klasse bis zum Schulabschluss durchgängig unterrichtet werden. Dies spiegelt einerseits ihre Bedeutung wider. Andererseits bedeutet das auch für diese beiden Fächer, dass entstandene Defizite sich am Ende der Schullaufbahn unversehens zu einem irreparablen Schaden

auffürmen, der nicht durch Schnellkurse zur Studienvorbereitung „weggezaubert“ werden kann – für diese Fächer gilt deshalb ganz besonders: Was Hänchen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr!

Es ist mir aber auch ein Anliegen, herauszustellen, dass die Bildungspolitik in Deutschland keineswegs in Lethargie erstarrt ist: Das Zentralabitur in Mathematik wird mittelfristig kommen, und ich hoffe sehr, dass sich die bundesweite Verbindlichkeit zur Umsetzung der etwa in den KMK-Bildungsstandards getroffenen Vorgaben weiter erhöht. Vordringlich erscheint mir also hier, dass die Länder Mut fassen oder weiterhin zeigen, den eingeschlagenen Weg zum Zentralabitur zu gehen. Denn bei allen Nachteilen, die das mit sich bringt, wie etwa dem *Teaching to the Test*, erscheint mir der Gewinn durch das damit eingerichtete Benchmark deutlich zu überwiegen.

## 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzorientierung ist eine gut gemeinte, aber schlecht ausgeführte oder zumindest schlecht kommunizierte Sache, denn sie mischt verschiedene logische Ebenen und führt damit ungewollt zu einer Aufweichung der festgelegten Standards durch größere Interpretationsspielräume. Ich halte dieses Problem aber für reparabel. Ich habe diesen Punkt bereits letztes Jahr in „Kompetenzorientierung und Mindestanforderungen“, *Mitteilungen der DMV* 24-1 (2016), 30–33, ausführlich dargelegt.

## 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Mich hat vor allem die große Übereinstimmung zwischen den Tagungsteilnehmern in den Befunden beeindruckt – eine positive und hoffnungsvoll stimmende Überraschung. Ich denke, dass die meisten Kontroversen letztendlich vor allem semantischer und nicht inhaltlicher Natur sind.

Eine konkrete Perle: Das von Professor Krieg skizzierte Modell zur Gestaltung einer gestreckten Studieneingangsphase in den Ingenieurwissenschaften, das die RWTH jetzt einführt, ist sehr elegant und hat für mich nur den Makel, dass ich nicht selbst auf diese naheliegende Idee gekommen bin.

## 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Eine mathematische Begabung ist relativ selten, die meisten Menschen haben keine Freude an der Mathematik und werden diese auch nie haben.



Gleichwohl ist die Bedeutung des Fachs Mathematik unbestritten, auch bei jenen, denen sie nur lästig ist. Meiner Wahrnehmung nach gehen allzu viele Unterrichtsansätze – auch mein eigener – davon aus, dass man nur „das Feuer entzünden“ und Begeisterung, die vermeintlich in jedem schlummert, wecken müsse. Befreit man sich davon, kann man nüchterner an die Sache gehen.

### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Wichtig ist für mich, beim Lernen in einen kritischen inneren Dialog zu treten: Warum mache ich jetzt diesen Schritt? Was ist das eigentliche Ziel? Diese Frage ist zu schwierig, aber was wäre die einfachste, nicht triviale Frage in diesem Zusammenhang? Kann man (wenigstens) letztere beantworten? Und so weiter.

## Andreas Eichler

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Diese Lücke basiert auf der Diskrepanz zu dem, was Schule bezogen auf Mathematik momentan leistet beziehungsweise leisten kann und dem, was Hochschule fordert. Das heißt, eine Lücke entsteht beidseitig, eine Verständigung, und zwar eine veränderbare, sich fortschrei-

bende Verständigung, wäre sinnvoll. Ich vermute, dass das bestehende Problem nicht einseitig gelöst werden kann.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

In sehr wenigen Sätzen lässt sich das nur grob skizzieren, es ist aber aus meiner Sicht in der jüngst veröffentlichten gemeinsamen Stellungnahme von DMV, GDM und MNU sinnvoll beschrieben: Mathematikunterricht sollte mehr Stunden beanspruchen dürfen – insbesondere in der Sekundarstufe I, wo beispielsweise die Bruchrechnung und der Beginn der Schulalgebra liegen –, und es sollte zwischen Mathematik als Teil der Allgemeinbildung (Grundkurs/Leistungskurs) und Mathematik als tragfähiger Vorbereitung zum MINT-Studium (Leistungskurs) unterschieden werden.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Sätze und ihre Beweise versteht man am besten, wenn man sie selbst macht: Ich schaue mir einen Satz – zum Beispiel in einem Lehrbuch – an, aber nicht den Beweis dazu. Dann versuche ich ihn selbst zu beweisen und „spicke“ ab und zu, wenn ich selbst nicht weiterkomme. So werden komplizierte technische Beweiskonstruktionen klarer, und man lernt die zentralen Punkte von der „Kosmetik“ zu trennen.

Volker Bach war 2013–14 Vizepräsident und 2015–16 Präsident der DMV. Er gehört der gemeinsamen Mathematik-Kommission zum Übergang Schule–Hochschule von DMV, GDM und MNU seit ihrer Gründung im Juni 2011 an.

Volker Bach, Technische Universität Braunschweig  
Email: v.bach@tu-bs.de

Die oben genannten. Ich denke, dass Deutsch, eine führende Fremdsprache, momentan Englisch, und Mathematik in der Primarstufe und der Sekundarstufe I eine Sonderstellung haben sollten, die sich in den vorgegebenen Studentafeln deutlich widerspiegelt. Später, in der Sekundarstufe II, kann eine bewusste Weichenstellung durch die Schülerinnen und Schüler erfolgen.

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die derzeitigen Bildungsstandards sind kompetenzorientiert. Darauf bezogen folge ich wiederum der genannten Stellungnahme: Ein bundesweit einheitlicher Rahmen durch Bildungsstandards, also ein Katalog verbindlicher Ziele, ist sinnvoll, selbst wenn Teile der konkreten Ausformulierung kritisch gesehen werden können. Aber selbst wenn man die Ausformulierung kompetenzorientierter Standards bis hin zur Vermittlung derselben im Mathematikunterricht kritisieren kann, so wird man doch kaum kritisieren wollen, dass man mathematische Kompetenzen fördern möchte – was sollte man sonst fördern? Hier existiert zurzeit eine merkwürdige Scheindebatte als Ausdruck einer in Teilen sicher berechtigten Unzufriedenheit. Viel wichtiger, als die Unzufriedenheit möglichst oft zu äußern, wäre für mich ein durchdachter alternativer Plan, der sich an den Erfordernissen der heutigen Schülerschaft und nicht nur an einem „wir machen es wie früher“ orientiert.

### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Es werden manchmal unterschiedliche Sprachen gesprochen. Es gibt Prämissen. Mathematiker denken in der fachlichen Logik, Didaktiker aus der Logik des Lernens von Mathematik, Schulpraktiker nehmen zusätzlich die tatsächlichen Bedingungen der Schule wahr, Vertreter der Länder bringen zudem politische Überlegungen ins Spiel. In dieser Gemengelage wirkten auf der Tagung Beiträge, die einseitig auf einer Perspektive verharrten, unfertig, unbeholfen, ärmlich. Versuche, die Perspektiven zu vereinen, schienen mir dagegen deutlich zielführender.

### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt, wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Werden wirklich Tatsachen übersehen? Ich habe das Gefühl, dass es einen regen Austausch zum Mathematikunterricht gibt. In diesem Austausch würde ich mir wünschen, dass Tatsachen nicht mit Überzeugungen verwechselt werden. Wenn man so will, ist es eine mitunter übersehene Tatsache, dass die Schulrealität in unserem universitären Anspruch wissenschaftlich fundiert betrachtet werden muss. Alles andere wäre unserer Zunft unwürdig. Dazu ist eine vielleicht auch manchmal verschüttete Grundannahme, dass der Mathematikunterricht (natürlich) auf einer soliden fachlichen Basis beru-

hen muss, (natürlich) alle empirischen Erkenntnisse zum Lehren und Lernen nutzen sollte und dann in der Praxis (natürlich) auch die lokalen Verhältnisse beachtet.

### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Meiner Erinnerung nach war das unterschiedlich. Aus früheren Jahren habe ich Lehrkräfte/Mentoren in Erinnerung, die motivierten und dadurch zum guten Lernen anstifteten. Ebenso gab es für mich Sinn schaffende Fragestellungen, die zum mathematischen Tun und damit zum Lernen geführt haben. Und sicher gehörte auch eine gewisse Übung zum Lernen dazu. Nur meine ( $n = 1$ ) zum Teil vermutlich brüchigen Erinnerungen würde ich aber nie auf die Allgemeinheit übertragen wollen. Hier halte ich es für günstiger, statt der eigenen Überzeugung besser gesicherte Erkenntnisse anzuerkennen, die möglichst auf einer besseren Datenlage beruhen.

Von 1997 bis 2001 habe ich als Lehrer für Mathematik am Gymnasium gearbeitet. Seit 2000 arbeite ich im Bereich Mathematikdidaktik an verschiedenen Hochschulen, zunächst an der TU Braunschweig, wo ich 2004 eine Promotion abgeschlossen habe. Seit 2006 hatte bzw. habe ich Professuren für Mathematikdidaktik an den Universitäten/Hochschulen Münster, Freiburg und Kassel inne. Seit 2017 bin ich 1. Vorsitzender der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM).

Andreas Eichler, Universität Kassel  
Email: eichler@mathematik.uni-kassel.de

## Gilbert Greefrath

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Eine Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule wird in vielen Studienfächern mit substanziellem Mathematikanteil – übrigens auch und vielleicht sogar besonders an Fachhochschulen – wahrgenommen. Auf eine solche

Lücke ist schon vor langer Zeit, beispielsweise in den 1970er und 1980er Jahren, hingewiesen worden. Vermutlich ist die Lücke seitdem aber größer geworden. Der Mathematikunterricht an den Schulen hat sich in den letzten Jahren und Jahrzehnten nämlich deutlich verändert. So wird in den Schulen nun stärker die Nützlichkeit von Mathematik im Alltag in den Vordergrund gestellt als noch vor 20 Jahren und Grundvorstellungen mathematischer Inhalte

stehen mehr im Mittelpunkt. Auch neue mathematische Inhalte sind hinzugekommen und andere Inhalte sind weggefallen. Gleichzeitig haben sich die Rahmenbedingungen beispielsweise in Bezug auf Grund- und Leistungskurse sowie Wochenstunden oder G8/G9 verändert. Diese Veränderungen haben vermutlich zur Vergrößerung der Unterschiede zwischen der Schulausbildung im Fach Mathematik und den Erwartungen der Hochschulen geführt.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Der ideale Mathematikunterricht ist für alle Schülerinnen und Schüler nützlich. Das heißt, er gibt die grundlegenden Einblicke in Mathematik und ihre Anwendungen für diejenigen Schülerinnen und Schüler, die später weniger Mathematik benötigen werden, und gleichzeitig ist der Mathematikunterricht eine gute Vorbereitung auf ein mathematikhaltiges Studium oder eine entsprechende

Ausbildung. Insbesondere diese Anschlussfähigkeit muss auch in die Entwicklung des idealen Mathematikunterrichts einfließen. Hierzu ist vermutlich mehr Zeit für Mathematik in der Schule erforderlich.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vorrangig?

Wichtig erscheint mir, gegenseitige Schuldzuweisungen zu vermeiden und konstruktiv zu denken. Die Tagung der gemeinsamen Kommission Ende Mai in Münster hat sicher auch dazu beigetragen. Ich denke, es sind Aktivitäten auf allen Ebenen erforderlich. Eine Weiterentwicklung der Bildungsstandards und eine Vereinheitlichung der Abiturprüfungen auf der oberen Ebene müsste von einer Umsetzung der neuen Rahmenbedingungen in den Ländern bis zu konkreten Fortbildungsmaßnahmen in den Schulen begleitet werden. Auch eine detaillierte Beschreibung der Erwartungen der Hochschulen im Vergleich zu den Inhalten in den Lehrplänen wäre für diese Maßnahmen hilfreich. Parallel dazu müsste überlegt werden, wie in den Schulen mehr Zeit für Mathematik geschaffen werden kann.

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Kompetenzorientierung kann leicht missverstanden werden. Sie bedeutet jedenfalls nicht, dass auf mathematische Inhalte zugunsten allgemeiner Fähigkeiten verzichtet werden sollte. Die Fokussierung auf Kompetenzen hat in den vergangenen zehn bis 15 Jahren Selbstverständliches stärker betont, was offenbar ein wenig in Vergessenheit geraten war. Es geht dabei darum, dass man zum mathematischen Arbeiten nicht nur mathematisches Wissen benötigt und mathematische Methoden ausführen können soll, sondern auch in der Lage sein muss, mit dem Wissen und den Methoden mathematische Probleme zu lösen oder mathematische Argumentationen zu erstellen. Dies wurde als *Problemlösen und Argumentieren* in die Bildungsstandards aufgenommen. Dazu kommen weitere wichtige allgemeine Kompetenzen, die neben den unverzichtbaren mathematischen Inhalten in den Bildungsstandards stehen. Daher spricht man von Kompetenzorientierung, die – im positiven Sinn verstanden – wichtige Impulse für die Entwicklung des Mathematikunterrichts gibt. Wichtiger erscheint mir aber die Tatsache, dass es nun in Deutschland Bildungsstandards für alle Schulstufen gibt. Die wirkliche Chance, Bildungsstandards für ganz Deutschland und nicht in jedem Bundesland einzeln weiterzuentwickeln, sollte unbedingt genutzt werden.

### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Ich habe mit Freude aufgenommen, dass sehr viele Kolleginnen und Kollegen sich intensiv mit der Frage beschäftigen, wie man Mathematikunterricht effektiver und besser gestalten und die Lücke zwischen Schule und Hochschule verringern kann, denn wir werden diese Probleme nur lösen können, wenn Schulen, Ministerien und Hochschulen zusammen an Lösungen arbeiten. Ich sehe es auch sehr positiv, dass drei große Mathematik-Fachverbände an diesen Fragen gemeinsam arbeiten.

### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ich denke es wird häufig übersehen, wie komplex und heterogen das Schulsystem ist. Selbst groß angelegte empirische Untersuchungen können nur einige Aspekte des Mathematikunterrichts untersuchen. Dennoch sollte man natürlich Ergebnisse wissenschaftlicher Untersuchungen nicht ignorieren, sondern im Gegenteil genauer die untersuchten Fragestellungen und Ergebnisse anschauen. Außerdem wird gern übersehen, dass gewünschte Veränderungen im Schulsystem nicht einfach dadurch erreicht werden können, dass man nur bestimmte Vorgaben wie Lehrpläne verändert. Hier ist intensive Arbeit erforderlich, um solche Vorgaben zu implementieren und in den alltäglichen Unterricht einfließen zu lassen.

### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Eine sehr wichtige Rolle hat bei mir die Freude an Mathematik gespielt. Wenn ich Freude am Mathematiklernen hatte, dann war ich auch bereit, an schwierigen Problemen lange zu arbeiten, um schließlich Erfolg zu haben. Diese Freude an Mathematik konnte ich auch deshalb entwickeln, weil ich Lehrer hatte, die begeistert ihr Fach vermittelt haben. Dies scheint mir, neben vielem anderen, auch ein sehr wichtiger Aspekt zu sein.

Professor für Didaktik der Mathematik mit dem Schwerpunkt Sekundarstufen an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster. Seit 2011 stellvertretender Sprecher der Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule von DMV, GDM und MNU. Forschungsschwerpunkte: Mathematisches Modellieren, Übergang Schule-Hochschule und Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht.

Gilbert Greefrath, Westfälische Wilhelms-Universität Münster  
Email: g.greefrath@uni-muenster.de

## Rainer Heinrich

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Hier sehe ich ein ganzes Ursachengefüge. Zum einen haben sich die Rahmenbedingungen der zum Abitur führenden Schulen insgesamt verändert, die Herausforderungen sind größer geworden. Der Anteil von Schülern, die die Allge-

meine Hochschulreife anstreben, hat sich deutlich erhöht. Hier spielen rechtliche Entscheidungen, die dem Elternwillen einen hohen Stellenwert einräumen, eine große Rolle. Außerdem hat sich die Heterogenität der Schülerschaft deutlich erhöht, das betrifft sowohl den deutlichen Anstieg von Schülern mit Migrationshintergrund, als auch mit sonderpädagogischem Förderbedarf. Damit steht jeder Lehrer vor der Herausforderung, alle Schüler mithilfe von Differenzierungsmaßnahmen individuell zu fördern, was aber objektiv an Grenzen stößt. Hinzu kommt, dass gerade im MINT-Bereich in vielen Ländern Probleme bestehen, den Unterricht fachgerecht abzudecken. Auch in den nächsten Jahren wird ein Teil des Mathematikunterrichts durch fachfremd unterrichtende Lehrer oder Seiteneinsteiger abgedeckt werden müssen. Es gibt zwar für diese Kollegen eine Reihe von Fort- oder Weiterbildungsangeboten, doch dauert es naturgemäß eine Zeit, bis diese ergebniseffizient wirken. Zum anderen spielt die digitale Welt, die Nutzung von Medien und die Reizüberflutung, eine große Rolle. So ändert sich das Leseverhalten der Schüler drastisch. Texte zu lesen und zu verstehen sowie Konzentrationsfähigkeit sind auch für die Beschäftigung mit Mathematik eine unabdingbare Voraussetzung. Unter Berücksichtigung dieser Umstände wird es eine Lücke auch zukünftig geben.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Die Mathematik-Ausbildung in den Anfangssemestern der Hochschulen muss vor allem die Grundlagen für die höheren Semester erbringen, deshalb spielen andere Aspekte, wie etwa Anwendungen, eine geringere Rolle. Die Schule hat einen allgemeinen Bildungsauftrag. Hier geht es um die Vermittlung anwendbaren Wissens, um den Erwerb von Kompetenzen sowie um die Werteorientierung. Dazu muss auch der Unterricht im Fach Mathematik beitragen. Wenn die Anschlussfähigkeit verbessert werden soll, muss man kritisch prüfen, wo im Unterricht Schwerpunktverlagerungen auf Basiswissen und Basiskompetenzen unter den oben genannten Umständen möglich sind. Reserven sehe

ich hier vor allem beim Übungskonzept im Mathematikunterricht. Von Seiten der Hochschulen muss versucht werden, die Studierenden dort abzuholen, wo sie am Ende der Schulzeit stehen.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vorrangig?

Ganz wichtig ist, dass Vertreter der Schulen und Hochschulen ohne Vorurteile aufeinander zugehen und miteinander sprechen. Auch gegenseitige Hospitationen könnten dazu beitragen, die Perspektive und die Rahmenbedingungen der jeweils anderen Seite besser zu verstehen. Ergänzende fächerverbindende Grundkurse oder Zusatzangebote für interessierte Schüler wären auch eine Möglichkeit, die Schule und Hochschule gemeinsam leisten könnten. Ganz wichtig ist mir aber eine Erhöhung des Stellenwertes der Lehrerausbildung, insbesondere der fachdidaktischen Ausbildung. Hier wird der Grundstein gelegt, die oben genannten immer größer werdenden Herausforderungen zu meistern.

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kritik an der Kompetenzorientierung halte ich für überzogen. Oder anders: Was wäre ein Mathematikunterricht, der sich nur auf Wissen beschränkt? Ohne dass dieses Wissen angewandt werden kann, ist es nutzlos. Genau auf diese Anwendbarkeit zielt letztlich die Kompetenzorientierung. Mathematikunterricht muss auch einen Beitrag liefern zum Problemlösen, zum Verständnis von Zusammenhängen und zum kritischen Vernunftgebrauch. Und wenn man sich die Bildungsstandards ansieht, wird sofort deutlich, dass es keine inhaltsleeren Kompetenzen gibt, sondern diese immer mit konkreten mathematischen Gegenständen verknüpft sind.

### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Die Tagung war insgesamt sehr interessant, im Übrigen fand ich das Programm wirklich sehr überlegt zusammengestellt. Als Vertreter der Schulseite habe ich aber auch stärker Positionen der Hochschulen verstanden. Und es wurde deutlich, dass Schule, Fachwissenschaft und Fachdidaktik jeweils ihre Hausaufgaben erledigen müssen.

### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Positionen zu einem guten Mathematikunterricht gibt es viele. Viele unterscheiden sich auch,



das ist normal. Letztlich hängt aber alles ganz entscheidend vom Unterricht des einzelnen Lehrers ab. Deshalb bewirken die Lehrerausbildung und die Bemühungen, viele „gute“ Lehrer – nicht nur in Mathematik – zu gewinnen, am Ende mehr, als es Vorgaben in Standards, Lehrplänen oder Prüfungen tun.

### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Erfolgreiches Lernen ist von vielen Faktoren abhängig, da spielt zuerst das Lebensalter eine Rolle, vor allem aber die Motivation. Ich hatte zum Beispiel das Glück, dass es meinen Mathelehrern immer gelungen ist, mich für das Fach zu begeistern. Der Wunsch, Mathematiklehrer zu werden, resultierte dabei vielleicht weniger aus dem Unter-

richt oder gar der Liebe zu Termen. Vielmehr fand ich die Beschäftigung mit Knobelaufgaben und den Mathematikolympiaden viel spannender. Und das hat sich dann auch irgendwie auf die Leistungen im Unterricht ausgewirkt.

14 Jahre Lehrer, die meiste Zeit am Pestalozzi-Gymnasium Dresden, sowie Fachberater für Mathematik in Sachsen; 1992–2002 Leiter der Aufgabenauswahlkommission für die Abiturprüfung Mathematik in Sachsen; 2002–2008 Referent für Mathematik und Naturwissenschaften im Sächsischen Staatsministerium für Kultus; seit 2008 Leiter des Referates Gymnasien im Sächsischen Staatsministerium für Kultus; Autor/Herausgeber von Schulbüchern sowie zahlreiche Veröffentlichungen in Zeitschriften.

Rainer Heinrich, Sächsisches Staatsministerium für Kultus, Referat 45: Gymnasien, Abendgymnasien, Kollegs  
Email: rainer.heinrich@smk.sachsen.de

## Wolfram Koepf

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Diese Lücke gab es schon immer, sie wird seit langer Zeit beschrieben und immer wieder diskutiert. Sie hat natürlich in erster Linie mit dem eher konkreten Mathematikverständnis in der Schule und dem abstrakteren Mathematikverständnis

an der Hochschule zu tun, übrigens auch in Ingenieurstudiengängen. Die Lücke hat sich in den letzten Jahren aber vergrößert durch Kürzungen der Stundentafeln, die Umstellung von G9 auf G8 sowie die teilweise Abschaffung von Leistungskursen. Inhalte wurden aus den Lehrplänen gestrichen, andere kamen hinzu. Dies muss nun an den Hochschulen kompensiert werden. Inzwischen studiert zudem über die Hälfte eines Jahrgangs, so dass die Heterogenität der Studienanfänger ungleich größer ist als früher. Ein weiteres Problem ist, dass das Wissen aus der Sekundarstufe I bei vielen Abiturienten im Laufe der Oberstufe zu diffundieren scheint.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Die höheren Studierendenquoten mag man beklagen, aber sie sind politisch gewollt und man wird dies nicht ändern können. Daher kommt es darauf an, die Nachhaltigkeit des Mathematikunterrichts zu verbessern. Da wir uns immer wieder darüber beklagen, dass die Themen der Sekundarstufe I wie etwa Potenzrechnung, Termumformungen

und Logarithmengesetze bei den Studienanfängern nicht ausreichend vorhanden sind, sollten diese in der Oberstufe beständig geübt und auch im Abitur abgefragt werden. Dieser Idealzustand ist zwar in den Bildungsstandards so vorgesehen, wird aber in der Praxis oft nicht erreicht.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vorrangig?

Ich würde mir wünschen, dass die Anforderungen an das Abitur länderübergreifend einheitlicher wären. Dies soll ja der bundesweite Aufgabenpool, der in diesem Jahr zum ersten Mal zum Einsatz kam, erreichen. Leider erleben wir aber weiterhin, dass sich einzelne Länder diesem Prozess entziehen. Außerdem kann es prinzipiell weiterhin so sein, dass jedes Bundesland andere Abituraufgaben auswählt. Auf diese Weise kann der immer wieder beschworene Vorteil der Länderhoheit, dass sich nämlich durch Konkurrenz die besten Ideen durchsetzen sollen, überhaupt nicht erreicht werden.

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzorientierung an sich hat meines Erachtens mit diesen Prozessen gar nichts zu tun. Allerdings wird die Kompetenzorientierung nicht immer optimal umgesetzt. Es sollte eben einen guten Mix aus innermathematischen Themen und Anwendungen im Unterricht geben. Wenn dann beispielsweise Abituraufgaben zu geringe mathematische Fähigkeiten abverlangen, so gibt dies einen falschen Hinweis auch für zukünftigen Unterricht.

## 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Wir haben als Kommission ja erstmalig versucht, das Thema der Lücke gemeinsam mit Schulpraktikern, Mathematikdidaktikern und Fachmathematikern aller Couleur zu diskutieren. Dabei war es uns besonders wichtig, auch Fachmathematiker einzuladen, die sich explizit gegen die moderne mathematische Fachdidaktik positioniert haben. Für mich war es daher sehr bedeutsam zu sehen, dass diese Diskussionen gelingen können und dass alle Beteiligten erkennen, dass die gemeinsamen Positionen deutlich überwiegen. Mein Ziel ist es, diese Grabenkämpfe zu überwinden. Diesem Ziel sind wir nähergekommen.

## 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ich glaube, es wird immer gerne übersehen, dass der schulische Mathematikunterricht auch dann gut sein kann, wenn er anders ist als früher. Wir können heute nicht mehr mit Rechenschieber und Logarithmentafel unterrichten, was ich in der Schule noch gelernt habe, weil Taschenrechner deren Aufgabe

übernehmen. Es geht also darum, den Taschenrechner intelligent in den Unterricht zu integrieren, so dass das händische Rechnen nicht zu kurz kommt. Auch Geometrie spielt eine geringere Rolle, dafür wird mehr Stochastik betrieben. Die sichtbare Lücke führt viel zu häufig zu dem Gefühl des „früher war alles besser“. Ich bin überzeugt, dass dies ein Irrglaube ist.

## 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Ich hatte beim Schulfach Mathematik die geringsten Probleme, weil sich mir die Inhalte, die ich im Unterricht verstanden hatte, automatisch eingeprägt haben. Wie gut dies geklappt hat, hing weit eher vom Schullehrer als von mir ab. Die beste Voraussetzung für den Schulerfolg ist es meines Erachtens immer, einen gut ausgebildeten und engagierten Lehrer zu haben, mit dem man gut klar kommt. Solche Lehrerinnen und Lehrer müssen wir an den Universitäten ausbilden!

Wolfram Koepf, Professor für Computeralgebra an der Uni Kassel, Mitglied des DMV-Präsidiums, seit 2012 als DMV-Vertreter Sprecher der Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule.

Wolfram Koepf, Universität Kassel  
Email: koepf@mathematik.uni-kassel.de

## Henning Körner

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



- (a) Zunächst: Die Lücke gab es schon immer. Sie ist größer geworden, weil
- die Stundenzahl im Mathematikunterricht rückläufig ist (mindestens auf Leistungskursniveau),
  - weil sich durch eine zunehmende Anzahl von Prüfungsfächern die Bedeutung des einzelnen Prüfungsfaches verringert,

– weil der gesetzte Standard der Hochschulen teilweise zeitunabhängig erscheint. (Sind händische Kalkülfertigkeiten unabhängig vom Vorhandensein von CAS und anderen digitalen Werkzeugen?)

(b) Bis zu 50 % eines Jahrgangs machen Abitur, ein zunehmend höherer Anteil mit nicht gymnasial erworbenem Hochschulzugang.

(c) Aus (b) folgt unmittelbar, dass allgemeinbildende Aspekte des Mathematikunterrichts stärkeres Gewicht vor (spezieller) Studienvorbereitung erlan-

gen müssen (Bildungsauftrag). Beispiele:

- Stochastik (Umgang mit Daten und ihrer Darstellung in Medien, kritisches Lesen empirisch gefundener Befunde) ist hochgradig allgemeinbildend, für spezielle Studienvorbereitung in MINT-Fächern aber wohl eher vernachlässigbar – mindestens wenn man die inhaltliche Ausrichtung von Brückenkursen etc. als Maßstab nimmt.
- Der syntaktisch orientierte Anteil (Termumformungen, Gleichungen lösen) im Mathematikunterricht nimmt im Vergleich zu kontextgebundenen (sinnstiftenden) Anteilen mit zugehörigen Prozessen (Modellieren, Formalisieren, Argumentieren) ab. Neben diesem inhaltlichen Grund sind digitale Werkzeuge natürlich ein technologisch bedingter weiterer Grund.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

(a) Realistische Aussage: Wenn sowohl breite vertiefte Allgemeinbildung und (spezielle) Studienvorbereitung erreicht werden sollen, und das auch in zunehmend inklusiv gestaltetem Mathematik-

unterricht, dann benötigt man zwangsläufig mehr Stunden in Mathematik, alles andere ist Augenwischerei. Dies lässt sich auch normativ rechtfertigen mit der Besonderheit und Einzigartigkeit von Mathematik (*Welt sui generis* und *Welt zur Beschreibung von Welt*), die eben nicht durch ein anderes Fach substituierbar ist. Das ist politisch aber wohl (leider) nicht durchzusetzen.

(b) Einerseits: nachhaltiges Trainieren von Grundfertigkeiten über Sek1 und Sek2 hinweg (vgl. 3(b)), andererseits: mehr echtes Modellieren (Mathematik und Welt) und Begründen/Beweisen (Mathematik als Welt), sodass Mathematik für alle Schüler als sinnvoller und bedeutungshaltiger Zugang zu Welt erscheint (vgl. 1(c)). Digitale Werkzeuge als unumgängliche, aber auch sinnvolle Kulturtechnik konstitutiv und durchgehend integrieren.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vor-dringlich?

(a) Grundsätzlich: Leistungskurse (5-stündig), Grundkurse (3-stündig), vier Prüfungsfächer insgesamt.

(b) Verbindliche Fähigkeiten und Fertigkeiten (Kompetenzen) bezüglich Verfahren, Begriffen und Konzepten als Basiskompetenzen auf Grundlage der Bildungsstandards in Kooperation mit Abnehmern (Hochschulen) festlegen. Diese deutschlandweit zentral im Abitur abprüfen (ca. 25–30% der schriftlichen Prüfung, vgl. Physikum bei Medizinern). Diese Prüfung sollte für alle Schüler sein; spezifisch für Grund- bzw. Leistungskurse. Dies ist verbindliche Bringschuld der Schule gegenüber Hochschulen und Orientierungsmaß für diese. Der übrige Teil der schriftlichen Prüfungen sollte dezentral – mit von Fachlehrkräften gestellten Aufgaben – gestaltet werden. Anmerkung: Der cosh-Katalog kann und will dies nicht leisten, weil er erklärtermaßen unabhängig von Bildungsstandards formuliert ist und entsprechend in Teilen weit über sie hinausgeht. Wenn die Hochschulen ihn zum Standard erklären, zementiert dies die Lücke, konkretisiert sie aber auch (vgl. Arbeit von IGEMA in Niedersachsen). Auf der anderen Seite muss Schule weit über diesen kalkülorientierten Katalog hinausgehen (siehe 1(c)).

(c) Wahlpflichtkurse, wenn institutionell vorgesehen, mit Mathematikorientierung in Sek1 anbieten. In Sek2 in Seminarfächern etc. weiterführende mathematische Inhalte auch mit Blick auf universitäre Mathematik anbieten. Also: mathematikaffinen Schülerinnen und Schülern von Klasse 7 an begleitend zum „Mainstream“ ein Angebot machen, das natürlich auch in Abitur und Zertifikaten eingebracht werden kann.

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Frei nach Kant: Inhalte ohne Kompetenzen sind leer, Kompetenzen ohne Inhalte dumm.

### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Wenig Neues, aber ich habe erlebt, dass es „aufeinander Zugehen“ gibt, aber leider auch „voneinander Wegbewegen“.

### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

(a) War früher Mathematik Säule eines Schwerpunkts (naturwissenschaftlich orientiertes Gymnasium), dem sprachlich orientierte Schwerpunkte gegenüberstanden, in denen Mathematik aber auch meist noch Prüfungsfach blieb, so ist Mathematik heute – mindestens in Wahrnehmung der Schülerinnen und Schüler und auch bezüglich der formalen Vorgaben – ein Fach unter vielen, das auch nicht unbedingt signifikant mehr Stunden hat als andere Fächer. (Sprachlich entlarvend: der Weg vom „Hauptfach“ über das „Kernfach“ zum „Langfach“)

(b) Auf Hochschuleseite:

– (a) und 1(c)

– Der quantitative Umfang des gesamten gymnasialen Mathematikunterrichts im Gefüge von mindestens zehn weiteren zeitgleich auftretenden Fächern entspricht ungefähr dem Mathematikannteil von zwei bis drei Semestern eines Mathematik- oder Ingenieurstudiums.

### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Fast durchgängig alleine, ich weiß aber um die Produktivität kooperativer Lernformen für andere Menschentypen.

Fachleiter Mathematik am Studienseminar Oldenburg für das Lehramt an Gymnasien, Lehrer an der Graf-Anton-Güntherschule Oldenburg, Lehrbeauftragter an der Universität Oldenburg, Vertreter des MNU in der Mathematik-Kommission Übergang Schule-Hochschule, Herausgeber der Schulbuchreihe „Neue Wege“.

Henning Körner, Studienseminar Oldenburg für das Lehramt an Gymnasien  
Email: hen.koerner@t-online.de

## Aloys Krieg

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Das Hauptproblem besteht darin, dass in der Mittelstufe zu viel Stoff zu schnell durchgenommen wird, sodass die Schüler die Begriffe nicht wirklich verinnerlichen und damit das Handwerkszeug nur unzureichend beherrschen.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Wir brauchen Wiederholungssequenzen. Die Schüler müssen auch in der Oberstufe noch die Prozentrechnung und elementare Geometrie beherrschen. Das funktioniert nur, wenn diese Bereiche auch Teile von Klausuren sind. Darüber hinaus stelle ich eine Überbetonung der Stochastik fest, weil beispielsweise Hypothesentests an keiner Hochschule vorausgesetzt werden.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vordringlich?

Wir müssen den Lehrkräften die Zeit geben, die Wiederholungen in Unterricht und Prüfungen einzubinden.

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Man kann das, was wir wollen, auch in Termen von Kompetenzen formulieren. Unsäglich finde ich es allerdings, dass interessierte Kreise die Kompetenzorientierung als Nebelkerze zu nutzen versuchen, um Abstriche bei den Fachstandards zu begründen.

### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Mir wurde sehr deutlich, wie unterschiedlich Aufgaben aus dem gleichen Bereich in Schule und Hochschule formuliert werden. Hieran kann man anknüpfen, ohne Abstriche bei den Standards befürchten zu müssen.

### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ingenieure oder Wirtschaftswissenschaftler etwa benötigen ein sicheres Umgehen mit Mathematik oder vielleicht auch eher nur mit höherem Rechnen, wie Mathematiker es formulieren würden. Dazu müssen die Grundlagen in der Schule gelegt werden.

### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Ich bin sicher nicht der Maßstab. Wir müssen stärker realisieren, was junge Leute heute anders als früher mitbringen und was wir Ihnen anbieten können, um sie erfolgreich zu einem Studienabschluss zu führen.

Nach Studium, Promotion und Habilitation in Münster leite ich seit 1993 den Lehrstuhl A für Mathematik an der RWTH Aachen. Dort bin ich mit der Ausbildung von Fachmathematikern und Lehramtsstudierenden betraut. Seit neun Jahren bin ich Prorektor für Lehre. In dieser Funktion gilt mein Hauptaugenmerk der Mathematikausbildung für Anwender, die ungefähr 80 % unserer Studierenden ausmachen.

Aloys Krieg, RWTH Aachen  
Email: [krieg@rwth-aachen.de](mailto:krieg@rwth-aachen.de)

## Wolfgang Kühnel

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule



Foto: Bildarchiv des MFO

Die Lücke hat zwei Komponenten: Zum einen, vergleichsweise harmlos, die Kluft zwischen den in den Bildungszielen genannten Inhalten und dem, was die Hochschulen – auch Fachhochschulen – erwarten (etwa laut cosh-Katalog). Zum anderen, und viel schlimmer, die Kluft zwischen An-

spruch und Wirklichkeit, das heißt zwischen den postulierten Kompetenzen und dem, was in den Köpfen derer, die eine Hochschulzugangsberechtigung haben, tatsächlich ankommt. Dafür würde ich hauptsächlich die unerwünschten Nebenwirkungen der gutgemeinten Schulreformen der letzten 20 Jahre verantwortlich machen. Mehr Details dazu unter [tinyurl.com/yb74a6st](http://tinyurl.com/yb74a6st).

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?



Dem altbekannten Kernproblem – die einen lieben Mathematik, die anderen hassen sie; die einen haben kaum Probleme, die anderen haben massive Probleme – kann man nicht mit einer Einheitsmathematik gerecht werden, und sei sie noch so kompetenz- und anwendungsorientiert. Wenn schon Grund- und Leistungskurse, dann müssen sie sich *erheblich* unterscheiden (in US-High-Schools gibt es das bereits: *Common-Core Mathematics Standards* [CCMS] versus *Science, Technology, Engineering and Mathematics* [STEM]) Ein „erhöhtes Niveau für alle“, das ist ein Widerspruch in sich und kann nur durch Etikettenschwindel erreicht werden.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vorrangig?

Den bewussten Abschied von liebgewordenen Illusionen: Eine Erhöhung der Hochschulzugangsquote auf 100% –  $\varepsilon$  kann nicht als Ziel oder gar als Selbstzweck angesehen werden. Ziel muss sein, studierfähige Abiturienten zu haben, und nicht, möglichst viele Abiturienten zu haben. Somit könnte man höhere Hürden gerade für G8-Gymnasien vertreten, aber nicht nur in Mathematik. Im Hinblick auf ein MINT-Studium sollte man die Formelsammlung nicht nur neben sich liegen haben, sondern auch benutzen können: *Was man nicht auswendig weiß, schlägt man nach, aber gekonnt*. Diese wichtige Fähigkeit ist offenbar unterbewertet. (Die Abiturienten 2017 in Brandenburg waren offensichtlich trotz ihrer „Kompetenzen“ nicht in der Lage, die Ableitung der ln-Funktion der Formelsammlung zu entnehmen, weil der ln angeblich „nicht dran war“.)

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Keine allzu rühmliche. Die Kompetenzdebatte verstellt den Blick auf die Mathematik. Durch nichts ist nachgewiesen, dass im Fach Mathematik die Kompetenzorientierung mit ihrer Umsetzung irgendeine Verbesserung gebracht hat gegenüber den vorherigen Bildungszielen mit deren Umsetzung. Es nützt nichts, im Wolkenkuckucksheim zahlreiche Bindestrich-Kompetenzen zu postulieren, wenn Studienanfänger dann in der Realität bereits vor Bruch- oder Wurzelgleichungen kapitulieren, weil die „nicht dran waren“. Angeblich sind doch die Kompetenzen unabhängig vom konkreten Stoff. Es wird noch nicht einmal von Befürwortern behauptet, die PISA-Sieger hätten diese Art der Kompetenzorientierung eingeführt – das haben sie nicht.

### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Dass die Lücke real existiert, das war schon länger eine Binsenweisheit. Mir war neu, wie selbstverständlich und unwidersprochen schon in den Eingangsstatements bei Eröffnung der Tagung gesagt wurde, diese Lücke würde auch noch ständig wachsen. Für mich ist verblüffend, dass Schulbehörden und die didaktische Fachwelt dem jahrelang passiv zugesehen und sich eher in der Kunst des Schönredens geübt haben. Warnsignale gab es schon länger.

### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Als wichtiger Grund für schwache Ergebnisse in Eingangstests an Hochschulen wird von Didaktikern gerne die gesunkene Zahl der Unterrichtsstunden in Mathematik angeführt, die durch den Übergang von G9 zu G8 (aber nicht nur) verfügt wurde. Das klingt plausibel, vgl. die Liste von Stephanie Schiemann in den *Mitteilungen der DMV* 21-4 (2013), S. 231. Demgegenüber wird die von Psychologen dominierte „empirische Bildungswissenschaft“ nicht müde, Studien zu veröffentlichen, wonach die Mathematikleistungen von G8- und G9-Absolventen praktisch gleich sind. Dieser Widerspruch wird gerne übersehen, und er wirft kein gutes Licht auf diese Art Empirie und die geheim gehaltenen Testitems, die offenbar an der Lücke vorbei testen.

### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

In meiner eigenen Schulzeit habe ich, darin untypisch, viel aus Büchern gelernt, und zwar neben der Schule, im letzten Schuljahr auch in einer freiwilligen Mathematik-AG in der Schule.

Wolfgang Kühnel ist Professor für Differentialgeometrie am Fachbereich Mathematik der Universität Stuttgart. Er ist Autor der Lehrbücher *Differentialgeometrie* sowie *Matrizen und Lie-Gruppen*. [www.igt.uni-stuttgart.de/LstDiffgeo/Kuehnel/](http://www.igt.uni-stuttgart.de/LstDiffgeo/Kuehnel/)

Wolfgang Kühnel, Universität Stuttgart  
Email: [kuehnel@mathematik.uni-stuttgart.de](mailto:kuehnel@mathematik.uni-stuttgart.de)

## Frank Loose

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Bei Studierenden, die einen Studiengang der Mathematik aufnehmen, resultiert die Lücke schon daraus, dass die für die Mathematik so charakteristische Strenge und Schönheit ihrer klaren Begriffsbildungen und ihrer lückenlosen Beweise in der Schule kaum auftritt, im

Studium dann aber schon sehr früh zum Vorschein kommt.

Es ist zwar schon lange her, aber ich erinnere mich noch gut an die ersten Übungen zu meinen Vorlesungen Analysis 1 und Lineare Algebra 1 an der RWTH Aachen Ende der 70er Jahre, die mich richtig ins Schwitzen brachten, obwohl ich in der Schule ein echter Crack war. Das ist eine Herausforderung des Mathematikstudiums, die es wahrscheinlich immer geben wird, obwohl man sie natürlich auch etwas mildern könnte. Gegenwärtig wird aber von allen Beteiligten gleichermaßen – neu eingeschriebenen Studierenden, Lehrerinnen und Lehrern, Vertretern der Bildungsadministration und Hochschullehrern in Fachdidaktik und im Fach – eine Lücke konstatiert, die sich vor allem bei Studierenden auftut, die Mathematik lediglich als ein Service-Fach studieren, wie etwa die vielen angehenden Ingenieure, Wirtschafts- oder Naturwissenschaftler. Bei ihnen sind es nicht die neuen abstrakten Strukturen oder das Verständnis schwieriger Beweise (die in diesen Service-Vorlesungen gar nicht vorkommen), die Probleme bereiten, sondern vor allem die fehlende Sicherheit im Umgang mit wichtigen Techniken wie etwa dem Bruchrechnen, dem Umgang mit Potenzen oder Termumformungen in der Algebra, um nur einige zu nennen. Das scheint vor allem daran zu liegen, dass es in den Schulen in den letzten Jahren einfach zu kurze Übungszeiten dafür gab, was nun mühsam durch Vor- bzw. Brückenkurse und vorlesungsbegleitende Unterstützungsmaßnahmen aufgeholt werden muss, wenn dies überhaupt gelingt.

### 2. Wie sollte der Mathematik-Unterricht idealerweise verändert werden?

Wer kennt schon das Ideal? Da sollte man vielleicht hier und da auch etwas demütig sein und nicht glauben, dass man alleine „die Wahrheit mit Löffeln gegessen hat“. Am Ende ist es eine wohl balancierte Mischung aus verschiedenen Elementen. Ich versuche es mal: Ein guter Unterricht hat ohne jeden Zweifel Teile, wo Schüler selbstständig etwas entdecken, wo sie beispielsweise Argumen-

tationsketten finden, bis hin zu kleinen Beweisen, die ihnen große Freude bereiten können. Er hat aber auch Elemente, wo eine neu eingeführte Technik, wie etwa das Differenzieren von Funktionen, immer wieder an auch schwierigeren Funktionen geübt werden muss. Ich muss gestehen, dass ich in der Schule auch Freude an der Beherrschung solcher Techniken empfunden habe. Es muss also nicht immer „eine große Sache“ sein. Zu einem guten Unterricht gehört aber vor allem auch eine gut ausgebildete Lehrkraft mit einer unzweifelhaft soliden fachlichen Ausbildung. Wie soll man denn beispielsweise eine größere fachdidaktische Herausforderung meistern, wenn man fachlich nicht sicher ist? Ich finde es beispielsweise auch sehr wichtig, dass die Lehrkraft eine klare, saubere mathematische Sprache beherrscht, die nicht zu Mehrdeutigkeiten führt. Dann bin ich auch der Meinung, dass nicht jeder neue Unterrichtsstoff unbedingt selbst entdeckt werden muss. Eine blitzsaubere und fachdidaktisch wunderbar vorbereitete Erklärung eines schwierigen Sachverhalts von einer im Idealfall auch noch begeisternden Lehrkraft ist doch einer schwammigen Erklärung eines Schülers, der das Problem vielleicht als einziger richtig gelöst hat, vorzuziehen. Andererseits müssen gut ausgebildete Lehrerinnen und Lehrer natürlich auch mit alternativen Lehr- und Lehrformen vertraut sein, sie sollten sich mit wesentlichen fachdidaktischen Methoden befassen haben und sich mit den wunderbaren Möglichkeiten, die sich durch den Einsatz digitaler Medien ergeben, auskennen. Und einiges mehr. Daraus entsteht dann der Mix, der zum größten Erfolg führt.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vorrangig?

Ich finde zunächst die Kommunikation zwischen den Verantwortlichen in Schule, Bildungsadministration und Hochschule sehr wichtig. Da sind wir gegenwärtig, glaube ich, auf einem guten Weg. Man muss sich einfach auch in die Argumente der jeweils anderen Seite eindenken lernen. Es hilft schon, Vorschläge zu machen, die eventuell von allen getragen werden können. Gegenwärtig scheint es mir vor allem darum zu gehen, dass die Übungszeiten für die verschiedenen Themen in der Schule wieder erhöht werden müssen. Dazu muss man eventuell auch über eine Erhöhung der Stundenzahl in Mathematik nachdenken. Ein weiterer Vorschlag wäre, zu überdenken, ob nicht bereits doch schon in der Schule eine gewisse Spezialisierung, etwa durch die Einführung von Leistungskursen oder verwandten Strukturen, zugelassen werden soll. Bedenkt man, wie viele Abiturienten

nach der Schule ein mathematik-affines Fach studieren, so könnte hier vielleicht doch schon ein Fortschritt bei der Verkleinerung der Lücke erzielt werden. Vielleicht muss man die Bildungspläne an der einen oder anderen Stelle auch inhaltlich wieder konkreter machen. Aber das möchte ich hier nur als Möglichkeiten andeuten, die diskutiert werden sollten. Im vertrauensvollen Miteinander wird man vorankommen.

#### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzorientierung bekommt es gegenwärtig ein bisschen zu heftig ab, finde ich. Ich habe Kollegen, die ich im Übrigen sehr schätze, die rote Pusteln bekommen, wenn sie das Wort *Kompetenz* auch nur aus der Entfernung hören. Es mag ja sein, dass man es mit den Kompetenzen im Anschluss an den ersten PISA-Schock hier und da übertrieben hat. Aber dass nun die Kompetenzorientierung an allem schuld sein soll – so einfach ist es wohl nicht. Was ist denn dagegen zu sagen, wenn Schülerinnen und Schüler beispielsweise *argumentieren und beweisen* können, wenn sie *mathematisch kommunizieren* und wenn sie *mathematisch modellieren* können? Es geht doch hier alleine um den Mix, den Zaubertrank, von dem ich unter Frage 2 geschrieben habe. Ich breche hier also eine Lanze für die Kompetenzorientierung in dem Sinne, dass sie neben den anderen wichtigen Aspekten eines guten Unterrichts ihren festen Platz haben soll und ihn auch bekommen wird.

#### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Ach wissen Sie: Ich bin ja in verschiedenen Communities unterwegs, die sich zum Teil sehr gegensätzlich in der Diskussion gegenüberzustehen scheinen. Die einen haben den *Brandbrief* unterschrieben, die anderen den *Gegenbrief*. Und ich habe sogar in beiden Communities gute Freunde, möchte ich sagen. Da habe ich, ehrlich gesagt, im Vorfeld ein wenig die Sorge gehabt, dass es da in Münster zu einem großen Showdown kommt. Denn die Gemeinsame Kommission hatte sehr bewusst Kolleginnen und Kollegen aller Couleur eingeladen und sie auch zu Wort kommen lassen. Was mich dann wirklich beeindruckt hat, ist, wie gemeinschaftlich, trotz grundsätzlicher Gegensätze, die sich keineswegs alle in Luft auflösten, miteinander umgegangen wurde. Das war für mich wirklich sehr ermutigend. Gemeinsam kann man, gerade jetzt wo wir bei der Bildungsadministration einen Fuß in die Tür bekommen können, einiges erreichen.

#### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber nur wenige haben sich so intensiv mit

#### den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ob ich mich so viel mit den Fakten beschäftigt habe, weiß ich gar nicht. Ich kenne Kollegen, die sich viel intensiver mit den Fragen beschäftigt haben, die im Rahmen von PISA und ähnlichen Studien vorgelegt wurden. Ich denke, dass die wesentlichen Dinge alle auf dem Tisch liegen. Nun gilt es, sich zusammenzurufen und die Lücke, wenn schon nicht zu schließen, doch so zu verkleinern, dass man sie mit einem selbstbewusstem Sprung überwinden kann.

#### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Auch das war ein Mix. Zunächst habe ich in der Regel intensiv versucht, mich allein mit den Problemen, etwa den Übungsaufgaben, auseinanderzusetzen. Wenn ich dann nicht zum Erfolg kam, so habe ich wenigstens versucht, die Probleme, bei denen ich nicht weiter kam, zu formulieren. Dann habe ich mich mit Kommilitonen und später mit Kollegen ausgetauscht und versucht, meine Probleme jetzt auch zu verbalisieren. In den meisten Fällen gab es nach diesem Austausch dann noch einmal „eine Phase der Einsamkeit“, die aber durchaus ein Glück sein konnte. Wahrscheinlich ist das aber individuell doch sehr verschieden. Ein bisschen „der einsame Wolf“ war ich hier und da schon und bin es wohl noch immer.

Fachbereich Mathematik der Universität Tübingen, Stv. Direktor der Tübingen School of Education (TüSE); Mitglied im Präsidium der DMV, Mitglied in der Gemeinsamen Kommission Lehrerbildung Mathematik der DMV, GDM und des MNU, stv. Mitglied in der Gemeinsamen Kommission Mathematik Übergang Schule–Hochschule der DMV, GDM und des MNU; Mitglied im Kernteam der AG cosh (Cooperation Schule Hochschule).

Frank Loose, Universität Tübingen  
Email: frank.loose@uni-tuebingen.de

## Stephanie Schiemann

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Foto: Jörg Schiemann

Wesentlich ist die veränderte Schülerpopulation heutzutage mit allgemeiner und fachgebundener Hochschulreife (vgl. Schiemann, Die Vergleichbarkeit von Abiturquoten und -noten, *Mitteilungen der DMV*

23-3 (2015), S. 186–187). Die höchste Abiturientenquote hatte 2015 Hamburg mit 57,7% laut Bundesamt für Statistik. Es folgen die anderen Stadtstaaten: Bremen (49,4%) und Berlin (48,8%). Die wenigsten Abiturienten gibt es im Saarland (37,7%), in Sachsen-Anhalt (34%) und Bayern (31,6%). 1970 lag die Abiturientenquote im Bundesdurchschnitt noch bei 10%, 1980 bei 20%. Ebenso gestiegen ist die Studierquote der Abiturienten: von 33% im Jahr 2000 auf 55% im Jahr 2016. Hinzu kommt auch, dass mit der Umwandlung in G8 einige Bundesländer Leistungskurse abgeschafft haben: In BW, BY, MV, SA, SH und TH gibt es in der Oberstufe nur noch 4-stündige gemeinsame Mathematikurse für alle. Und da, wo es noch Leistungskurse gibt, sind – mit Ausnahme von BE, HB, HE, NW, RP und SA – die Wochenstunden von fünf auf vier reduziert worden (vgl. Schiemann, *Mitteilungen der DMV* 21-4 (2013), S. 226–232). Der deutliche Anstieg der Abiturienten- und Studierquote – auch durch berufliche Schulen – sowie die Reduktion des Mathematikunterrichts, sind für mich die wesentlichen Gründe für die Lücke. Bildungsstandards und Lehrpläne spielen meines Erachtens nur eine untergeordnete Rolle.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Grundsätzlich bräuchten wir wieder mehr Mathematikstunden sowohl in der Sekundarstufe I als auch in der Sekundarstufe II. In der Mittelstufe wird beispielsweise Mathematik in der 8. Klasse häufig nur 3-stündig unterrichtet. Dies könnte man bundeseinheitlich aufstocken. In der Oberstufe wäre die Wiedereinführung von 5-stündigen Leistungskursen wünschenswert und möglichst wieder G9.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vorrangig?

Eine gute Idee wären begleitende Extra-Angebote an Regelschulen für MINT-Interessierte, die auffangen, was die üblichen Studentafeln nicht mehr abdecken. Dies kann schulübergreifend gemeinsam mit Hochschulen aus der Region realisiert

werden – entweder in der Woche, an Wochenenden oder in den Schulferien. Beispiele dafür gibt es schon. Auch das Angebot eines Vor-Semesters an den Hochschulen für bestimmte Studiengänge könnte sehr hilfreich sein. Zudem sind gut ausgebildete, motivierte und nicht fachfremde Mathematiklehrkräfte entscheidend. Hier könnte man Kampagnen starten und zum Beispiel Studienförderungen für Mathematik- und auch Physiklehramtsstudierende anbieten.

### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Die Kompetenzen sind gebrandmarkt, aber eigentlich nichts Neues! Auch vor den Bildungsstandards hat man in den Mathematik-Lehrplänen schon über Problemlösen, Modellieren und Kommunizieren usw. gesprochen. Heute gibt es inhaltsbezogene Kompetenzen, sortiert nach den fünf Leitideen:

- (L1) Zahl,
- (L2) Messen,
- (L3) Raum und Form,
- (L4) Funktionaler Zusammenhang,
- (L5) Daten und Zufall,

und sechs allgemeine, prozessbezogene Kompetenzen:

- (K1) Mathematisch argumentieren,
- (K2) Probleme mathematisch lösen,
- (K3) Mathematisch modellieren,
- (K4) Mathematische Darstellungen verwenden,
- (K5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen und
- (K6) Kommunizieren.

Die oben beschriebenen allgemeinen Kompetenzen werden von den Schülerinnen und Schülern in der Auseinandersetzung mit den mathematischen Inhalten erworben. (Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss 4. 12. 2003, Pkt. 3.1, S. 9.)

Im Mathematikunterricht selbst hat sich durch die neue Sortierung nach Kompetenzen in den Bildungsstandards wenig geändert. Der neue Fokus, auch auf die Prozesse zu schauen, macht sich vor allem in der Ausbildung im Lehramtsstudium und im Referendariat bemerkbar, weil die Unterrichtsvorbereitungen und die Stundenentwürfe heute anders aussehen als in den 90er Jahren.

### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Das gemeinsame Arbeiten an den Problemen oder Ideen suchen – ohne ständig Vorwürfe an die eine oder andere Seite zu machen – empfand ich als sehr angenehm und konstruktiv.



## 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Matheunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Die Entwicklung, immer mehr jungen Menschen auch mit geringerem Bildungsniveau eine Hochschulreife zu attestieren, ist politisch gewollt. Eine Abiturientenquote von 70 % ist laut OECD erwünscht. Dies erreichen wir beim derzeitigen jährlichen Wachsen um einen Prozentpunkt in etwa 20 Jahren. Ähnlich wie bei der Umwandlung in Bachelor- und Master-Studiengänge wollten die Politiker damit erreichen, dass Deutschland international vergleichbarer wird. Unser dreigliedriges Schulsystem und die duale Berufsausbildung haben sich zwar etabliert und viele Anhänger im In- und Ausland, doch häufig stehen wir damit bei internationalen Vergleichen schlecht da, weil es eben nicht in das System passt. Durch unsere traditionell hochwertige berufliche Ausbildung benötigen wir nicht so viele Hochschulabsolventen wie andere Länder. Ich würde eine Abiturientenquote von etwa 30 % sehr begrüßen. Wir könnten uns da an Bayern orientieren.

## 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Ich persönlich habe am meisten aus der schulübergreifenden Talentförderung Mathematik ge-

lernt. Dies war eine Begabtenförderung jenseits der Schule an der Universität Hamburg, die ich dann selbst als junge Lehrerin im Regierungsbezirk Lüneburg (Nord-Niedersachsen) aufgebaut habe. In der Schule habe ich im Matheunterricht häufig den Spaß, die Kreativität und die Individualität vermisst.

### Quellen

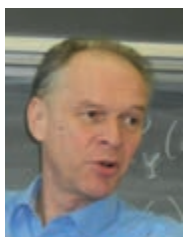
Datenportal BMBF, [www.datenportal.bmbf.de/2.5.73](http://www.datenportal.bmbf.de/2.5.73)  
 Schiemann, Stephanie, *Mitteilungen der DMV* 23/2015, 186–187  
 Schiemann, Stephanie, *Mitteilungen der DMV* 21/2013, 226–232  
<https://tinyurl.com/statista-entwicklung-der-studi>  
<https://tinyurl.com/statista-schulabsolventen>

Stephanie Schiemann ist Leiterin des Netzwerkbüros Schule-Hochschule der DMV an der Freien Universität Berlin und dort auch in die Lehramtsausbildung eingebunden. Seit 2010 ist sie verantwortlich für „Mathe im Advent“ und Mitbegründerin der gemeinnützigen GmbH *Mathe im Leben*, die diesen seit 2016 ausrichtet. Die Studienrätin hat 20 Jahre als Mathematik- und Sportlehrerin, als Schulbuchautorin und in der Lehrerfortbildung gearbeitet. Darüber hinaus hat sie zahlreiche Initiativen zur Talentförderung Mathematik in Hamburg und Niedersachsen aufgebaut.

Stephanie Schiemann, Netzwerkbüro Schule-Hochschule der DMV  
 Email: [schiemann@math.fu-berlin.de](mailto:schiemann@math.fu-berlin.de)

## Sebastian Walcher

### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?



Man sollte spezifizieren: Lücke bei mathematik-affinen Studiengängen. Bei Jura etwa sehe ich keine Lücke. Schulzeitverkürzung und reduzierte Stundentafeln haben in den vergangenen Jahren eine quantitative Vergrößerung der Lücke verursacht.

Darüber hinaus sehe ich aber durch veränderte Schwerpunktsetzungen (vgl. z. B. 3. unten) auch eine qualitative Komponente.

### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Ein gar nicht so unrealistischer Ansatz wäre, wieder eine stärkere Staffelung nach Motivation

und Leistung einzuführen: „Erhöhtes Niveau für alle“ – wie in einigen Ländern praktiziert – ist problematisch, ebenso die in anderen Ländern zu beobachtende geringe Differenz zwischen Grund- und Leistungskursanforderungen. Dies benachteiligt vor allem diejenigen, die mehr könnten und wollen. Folglich leidet die allgemeine Studienvorbereitung für MINT und andere betroffene Fächer.

### 3. Welche konkreten Schritte halten Sie für vorrangig?

Ich nenne nur einen: Kalkül und Geläufigkeit mit Kalkül ist nicht „doof“, sondern wesentlicher Bestandteil der Mathematik und zudem unverzichtbar in allen echten Anwendungen der Mathematik. Dies muss sich zentral im Mathematikunterricht wiederfinden.

#### 4. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Mir bereitet diese in mehr als einer Hinsicht große Probleme. Da steht eine Idealvorstellung im Raum – natürlich ist keiner gegen kompetenten Umgang von Schülerinnen und Schülern mit Mathematik –, andererseits sehe ich eine wenig gelungene und auch aus anderen Motiven gespeiste Umsetzung im KMK-Katalog, und schließlich haben einige Lehrplangestalter und Verantwortliche für Prüfungen das Ganze zum Anlass genommen, mathematische Inhalte zu entfernen. Als allgemeinen Kommentar zur Rolle der Kompetenzorientierung im Übergang Schule–Hochschule empfehle ich: Volker Bach, Kompetenzorientierung und Mindestanforderungen, *Mitteilungen der DMV* 24-1 (2016). Ich stimme diesem Beitrag nicht hundertprozentig zu, halte ihn aber für sehr beachtenswert.

#### 5. Was haben Sie von der Tagung Neues mitgenommen?

Im Gegensatz zu früheren Diskussionen in anderen Veranstaltungen erschien mir die Bereitschaft zum Verstehen und zur Verständigung größer. Gleichzeitig wurde mir bewusst, wie groß die Verständigungsprobleme trotz allem noch sind.

#### Timo Weidl



Vorbemerkung: Bildung ist Ländersache. Es gibt übergreifende Trends, bei deren detaillierter Analyse man aber schnell wieder bei den jeweiligen lokalen Gegebenheiten anlangt. Allgemeine Aussagen sind somit immer irgendwo unpassend oder gar fehlerhaft.

#### 1. Woher kommt die Mathematik-Lücke zwischen Schule und Hochschule?

Die Lücke ergibt sich zunächst aus den verschiedenen Blickwinkeln auf unser Fach in der Schule und an der Universität, was sich dann zum Beispiel in unterschiedlichen Darstellungsformen äußert. Ich halte die Bewältigung dieses notwendigen Bruchs – als auch den Umgang mit dem zweiten Bruch für junge Lehrer beim Wechsel vom Studium zurück an die Schule – für einen wichtigen Teil des Reifeprozesses und der Persönlichkeitsentwicklung. Die Schule muss ihre Absolventen vor allem in der Kursstufe dazu befähigen, den Schritt von der Schule zur Universität erfolgreich zu gehen. Eine

#### 6. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?

Ich will das nur aus Hochschullehrer-Sicht beantworten: Der weitaus größte Teil der Studentinnen und Studenten beispielsweise im MINT-Bereich wird nicht Mathematik oder Lehramt Mathematik studieren, sondern andere Fächer. In diesen Fächern, und ich denke dabei nicht an Mathematik-Vorlesungen, wird ab dem ersten Tag mathematisches Wissen und Können vorausgesetzt, das die Schulen nicht (mehr) liefern.

#### 7. Wie haben Sie am besten gelernt?

Wie jemand (in der Schule) gelernt hat, der später mal Mathematiker geworden ist, ist meines Erachtens nicht verallgemeinerungsfähig.

Professor für Mathematik an der RWTH Aachen. Relevante weitere Information in diesem Zusammenhang: Lehre für Studierende der Mathematik (inkl. Lehramt), Servicelehre für Studierende der Biologie und der Informatik.

Sebastian Walcher, RWTH Aachen  
Email: walcher@matha.rwth-aachen.de

Verknappung der fachlichen Inhalte und vor allem eine Kürzung von Übungs- und Wiederholungsphasen führen aktuell dazu, dass selbst notwendiges Basiswissen nicht mehr ausreichend verinnerlicht wird. Dafür sind zum Teil die Verkürzung der Unterrichtszeit aber auch die Setzung umstrittener Schwerpunkte verantwortlich. Aspekte der Studierfähigkeit für WiMINT treten bei der Planung und Umsetzung der Bildungspläne in den Hintergrund, stattdessen werden gekünstelte Anwendungsaufgaben gerechnet, die manchmal sowohl der Methodik der Mathematik als auch der Art und Weise ihrer tatsächlicher Anwendung widersprechen. Dafür kommen aber so grundlegende mathematische Begriffe wie Ungleichung oder Menge in einigen Bundesländern bis zum Abitur überhaupt nicht mehr vor. Dann muss man sich nicht wundern, dass die Lücke wächst.

#### 2. Wie sollte der Mathematikunterricht idealerweise verändert werden?

Veränderungen sollten grundsätzlich in kleinen Schritten und kontrolliert erfolgen. Bildung ist ein

Kulturgut, und *die* eine Zauberformel, die alle Probleme sofort löst, gibt es sowieso nicht. Damit Unterricht gut sein kann, muss er zunächst stattfinden und von fachbezogen ausgebildetem Personal gehalten werden. Wochenlange Ausfälle selbst in der Kursstufe gefährden Abiturnote und Studierfähigkeit. Der Mathematikunterricht soll in der Schule eine ausgewogene Balance von fachbezogener Allgemeinbildung und mathematischer Alphabetisierung zur Ausbildungs- und Studierbefähigung vermitteln. Wichtig ist dabei, neben dem Erwecken eines grundsätzlichen Interesses für das Fach, die Vermittlung und Einübung gewisser grundlegender Denk- und Rechentechniken nicht zu vernachlässigen. Diese Fähigkeiten müssen langfristig auf stetig wachsendem Niveau wiederholt und gesichert werden. Dies kann später im Rahmen eines Vor- oder Brückenkurses nicht so einfach nachgeholt werden. Idealerweise werden die Wiederholungseffekte im Schulunterricht auch durch die Nutzung der Mathematik in den anderen naturwissenschaftlichen Schulfächern erreicht. Dabei wird zudem das Anwendungspotenzial der Mathematik sachgerecht demonstriert.

### 3. Welche Rolle spielt die Kompetenzorientierung?

Dass reines Wissen ohne die Befähigung selbiges anzuwenden, nur totes Wissen ist, wurde mir schon in der Grundschule beigebracht. Wenn man Kompetenz als Fachwissen verbunden mit der Fähigkeit zu dessen Nutzung versteht, dann haben wir kein Problem. Leider hat dieser elementare Sachverhalt in den letzten Jahren eine Art der Formalisierung in dreidimensionalen Kompetenzrastern und Schlimmeres erlebt, was die Zielrichtung und Qualität des Schulunterrichts zunehmend von den Gegebenheiten und Anforderungen des Fachs abkoppelt. Aufgaben werden nicht mehr in Bezug auf ihren fachlichen Gehalt sowie ihre intellektuelle Herausforderung und Wirksamkeit diskutiert, sondern es interessieren die zu setzenden Kreuze bei K1 bis K6.

In einem Versuch der Selbstverwissenschaftlichung hat sich ein Teil der Fachdidaktik Mathematik dabei bewusst vom Mutterfach abgekoppelt. Ein typischer Indikator dafür ist, dass etwa 40 der 50 Unterzeichner der Antwort auf den Brandbrief über keinen einzigen Publikationseintrag im MathSciNet verfügen. In diesem Klima werden manchmal Schwerpunkte der eigenen didaktischen Forschung leichtfertig zu Lasten klassischer mathematischer Inhalte auf den Schulunterricht projiziert. Dies gibt den bildungspolitischen Entscheidungsträgern dann den bequemen Freiraum, den Mathematikunterricht zu „entfrachten“ und zu „mo-

dernisieren“. Der Übergang von der Wissens- zur Kompetenzmessung liefert die Möglichkeit, den dabei entstehenden Schaden teilweise zu vernebeln. Dieser Schaden ist aber tatsächlich vorhanden und wird erst beim Übergang zur Universität sichtbar. Ich halte also weniger die Idee der Kompetenzorientierung an sich, sondern ihre konkrete Umsetzung und die damit einhergehende Bindung von Ressourcen und Aufmerksamkeit, weg von den wirklich wichtigen Dingen, für mitverantwortlich.

### 4. Welche konkreten Schritte halten Sie für notwendig?

- eine klare Einbeziehung der Frage der Studierfähigkeit in die Gestaltung der Bildungspläne; konkret: sachgerechte Anwendungen statt Pseudomodellierung; mehr Geometrie in der Mittelstufe. Manche Aspekte der Stochastik in der Kursstufe sind hingegen besser an der Universität aufgehoben. Bildungspläne müssen einem ständigen öffentlichen Diskurs unterliegen, bei dem sowohl die Didaktik als auch die Fachwissenschaft eine zentrale Rolle spielen.
- eine überzeugende Ausarbeitung von Curricula, mit einer zeitnahen Anbindung mathematischer Inhalte an den Unterricht in den Naturwissenschaften sowie stetige Wiederholung von Basiswissen auf wachsendem Niveau. Die Bildungspläne allein sind dafür nicht geeignet, sie müssen durch fachübergreifend abgestimmte und detaillierte Lehrpläne ergänzt werden.
- ein Überdenken und eine Neuordnung der Schwerpunkte in Fort- und Weiterbildung. Die Nutzung von GTR/CAS ist nicht die zentrale Herausforderung an den Mathematikunterricht in Deutschland.
- Das IQB ist zur Absicherung der Qualität der zentralen Abituraufgaben durch einen fachbezogenen Beirat hochrangiger Fachwissenschaftler zu unterstützen.
- Die besagte Lücke kann nur im engen Austausch auf Augenhöhe zwischen Schulen und Universitäten zu einer hoffentlich begehbaren Brücke umgestaltet werden.
- An den Universitäten müssen wir uns vor allem auch in den Grundvorlesungen der Ingenieur- und Naturwissenschaften mit dem realen Sachstand der mathematischen Schulausbildung auseinandersetzen und gegebenenfalls darauf reagieren.
- Kontroverse Fragen wie Sinn und Umsetzung der Kompetenzorientierung müssen im öffentlichen Raum diskutiert werden. Wenn die Fachdidaktik den Anspruch hat, eine Wissenschaft zu sein, dann muss sie diese Diskussion mit dem Fach aufnehmen.

- Mittelfristig muss die Fachdidaktik wieder verstärkt von beiden Komponenten, dem Fach und der Didaktik, geprägt werden.

**5. Fast jeder hat eine Meinung zum Mathematikunterricht, aber wenige haben sich so intensiv mit den Fakten beschäftigt wie Sie. Welche Tatsachen werden gerne übersehen?**

Bildung ist ein schöpferischer Prozess mit vielen Beteiligten. Veränderungen in diesem Bereich sind langfristig und anstrengend: Sie stehen in Wechselwirkung mit den Überzeugungen und Interessen unterschiedlichster Personenkreise. Somit wird jede anfängliche Sachfrage bald auch zum Gegenstand einer bildungspolitischen Auseinandersetzung. Die Mitwirkung bei bildungspolitischen Prozessen erfordert Ausdauer und stetige Einsatzbereitschaft. Man muss bereit sein, seine Meinung ständig zu hinterfragen und auch mögliche Teillösungen pragmatisch aufzugreifen. Der ganz große Wurf gelingt selten und einmalige Strohfeuer verlöschen schnell und diskreditieren häufig noch das ursprüngliche Anliegen.

**6. Was haben Sie von der Tagung konkret mitgenommen?**

Erstens: Es gibt die Lücke und sie wird größer. Das wird inzwischen von allen Seiten anerkannt und wohl auch ernst genommen. Zweitens: Trotz teilweise sehr unterschiedlicher Ansichten gibt es eine gemeinsame Basis für pragmatische Schritte und Maßnahmen. Mit gemeinsamen Initiativen von Lehrern und Dozenten (cosh), der Ermöglichung

eines Studieneinstiegs mit unterschiedlicher Geschwindigkeit (MINT-Kolleg) oder Strukturen für leistungsdifferenzierten Unterricht mit dem Schwerpunkt Studierfähigkeit (Vertiefungskurs Mathematik) können wir aus Baden-Württemberg funktionierende Modelle in die Diskussion einbringen. Drittens: Der grundsätzliche Diskurs muss weitergeführt werden und die Entwicklung muss in überschaubaren Zeiträumen beobachtet und ausgewertet werden.

**7. Wie haben Sie am besten gelernt?**

Ich hatte das Glück, in und neben der Schule eine sorgfältig strukturierte Förderung im Bereich Mathematik vorzufinden. Neben der Durchführung von Wettbewerben wurde mit den interessierten Schülern regelmäßig (!) fachlich gearbeitet. Dabei standen sowohl handwerkliche und heuristische als auch schöpferische Aspekte der voruniversitären Mathematik im Vordergrund. Ich bin den damals beteiligten Lehrern und Dozenten, insbesondere aber Herrn Dr. Helmut König, zu Dank verpflichtet.

1993 Diplom in Physik an der Staatlichen Universität St. Petersburg; 1996 Promotion in Mathematik an der KTH Stockholm; 1999 Habilitation an der Universität Regensburg. Lektor an der University of Sussex at Brighton, Dozent an der KTH Stockholm. Seit 2002 Lehrstuhl für Analysis und Mathematische Physik an der Universität Stuttgart. Aktiv in der Begabtenförderung Mathematik und der Lehramtsausbildung. Wissenschaftliche Begleitung der Bildungsplankommission Mathematik und des Vertiefungskurses Mathematik an den allgemeinbildenden Gymnasien in Baden-Württemberg.

Timo Weidl, Universität Stuttgart  
Email: weidl@mathematik.uni-stuttgart.de