Aufgabe 1

Es seien $g \subset \Gamma$ eine Gerade, S_g die zugehörige Geradenspiegelung und $M \subseteq \Gamma$ eine nichtleere Teilmenge.
M heißt *achsensymmetrisch bzgl. g*, wenn für alle $P \in M$ gilt $S_g(P) \in M$.
Es bezeichne

$$M' := \left\{ P' \in \Gamma \mid P' = S_g(P), P \in M \right\}$$

das *Spiegelbild von M bzgl. g*.

(a) Zeigen Sie: M ist achsensymmetrisch bzgl. g, wenn $M = M'$.

(b) Es sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ eine reelle Funktion.
Die Menge

$$G_f := \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = f(x), x \in [a, b] \right\}$$

heißt der *Graph von f*.
Für $x \in [-1, 1]$, $n = 16$ und $a_\nu \in \mathbb{R}$ ($\nu = 0, \ldots, n$) sei

$$f(x) := \sum_{\nu=0}^{8} a_{2\nu} x^{2\nu}.$$

Zeigen Sie: Der Graph von f ist achsensymmetrisch bzgl. der y-Achse.

(10 Punkte)

Aufgabe 2

Seien zwei verschiedene Geraden $g, h \subset \Gamma$ mit $g \| h$ gegeben. Ferner sei $b \in \mathbb{R}^+$ der Abstand der beiden Parallelen g und h (Abstand der beiden Schnittpunkte, die sich beim Schnitt der Parallelen mit einer Senkrechten ergeben).
Zeigen Sie, dass die Komposition von S_g und S_h eine Verschiebung um $2b$ ist, dass also für $P \in \Gamma$ gilt:

$$|PP'| = 2b \quad \text{mit} \quad S_g \circ S_h(P) = P'.$$

Führen Sie dazu eine Fallunterscheidung bzgl. der Lage des Punktes P durch. Beachten Sie, dass die Geraden g und h „austauschbar“ sind und reduzieren Sie damit die Anzahl der Fallunterscheidungen.

(10 Punkte)

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt. Falls Sie für eine Aufgabe mehrere Blätter verwenden, tackern Sie diese zusammen. Geben Sie auf jedem Blatt NAMEN, VORNAMEN, AUFGABENNR. sowie ihre GRUPPENNR. an.

Abgabetermin: 12.05.2009 vor der Vorlesung im Hörsaal 1409