Aufgabe 1 Gegeben sei das gleichschenklige Dreieck $\triangle ABC$, wobei die Längen $|AC| = |BC|$ und $|AB|$ bekannt sind. Der Punkt P liegt auf der Strecke $[AC$ und der Punkt Q auf der Strecke $[BC$, so dass $\overline{PQ}||\overline{AB}$ ist.

(a) Wie ist P zu wählen (geben Sie den Abstand zu C an), damit der Umfang des Dreiecks $\triangle PQC$ halb so groß ist wie der des Dreiecks $\triangle ABC$?

(b) Wie ist P zu wählen (geben Sie den Abstand zu C an), damit der Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle PQC$ halb so groß ist wie der des Dreiecks $\triangle ABC$?

Beweisen Sie ihre Antworten mit Hilfe der Strahlensätze und drücken Sie die Länge der Strecke $|CP|$ durch die bekannten Größen $|AC|, |BC|$ und $|AB|$ aus. **(10 Punkte)**

Aufgabe 2 Es seien A, B, S Punkte in der reellen Ebene mit $S \in [AB$.
Wenn

$$\frac{|AB|}{|AS|} = \frac{|AS|}{|SB|}$$

heißt es, dass S die Strecke $[AB$ im *goldenen Schnitt* teilt; umgangssprachlich:

Das Ganze verhält sich zum Großen wie das Große zum Kleinen.

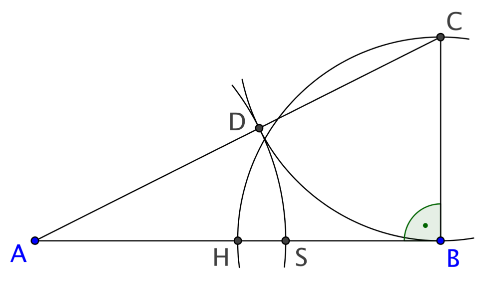
Beweisen Sie:

(a) $\frac{|AB|}{|AS|} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} =: \varphi$ (auch die Zahl φ wird goldener Schnitt genannt).

(b) $\varphi^2 = \varphi + 1$.

(c) $\varphi + \frac{1}{\varphi} = \sqrt{5}$.

(d) Betrachten wir nun folgende Konstruktion:
Gegeben sei die Strecke $[AB$ mit Mittelpunkt H. C liegt auf der Senkrechten zu $[AB$ in B und auf dem Kreis um B mit Radius $|BH|$. D liegt auf der Strecke $[AC$ und dem Kreis um C mit Radius $|BH| = |BC|$. S liegt auf der Strecke $[AB$ und dem Kreis um A mit Radius $|AD|$.



Beweisen Sie, dass die Strecke $[AB$ durch S im goldenen Schnitt geteilt wird.
(10 Punkte)

Verwenden Sie für jede Aufgabe ein eigenes Blatt. Falls Sie für eine Aufgabe mehrere Blätter verwenden, tackern Sie diese zusammen. Geben Sie auf jedem Blatt NAMEN, VORNAMEN, AUFGABENNR. sowie ihre GRUPPENNR. an.

Abgabetermin: 02.06.2009 vor der Vorlesung im Hörsaal 1409, also bis 11.15 Uhr; in EINZELNEN Ausnahmefällen bis 11.20 Uhr.