

# cap\_sage\_intro

## Rechnen mit Dezimalzahlen

```
(1.23 + 2.25)/3.67
```

```
0.948228882833787
```

```
res = pi.N(500);res
```

```
3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494
8164062862089986280348253421170679821480865132823066470938446
223172535940813
```

```
sin(res)
```

```
1.73598150652338814740498239186918008546525275383474656176947
5599944790069178435046121801075960316085611658367543102109739
324599708928675e-151
```

## Rechnen mit ganzen Zahlen

```
factorial(100)
```

```
9332621544394415268169923885626670049071596826438162146859296
5999932299156089414639761565182862536979208272237582511852109
00000000000000000000
```

```
2**32-1
```

```
4294967295
```

```
factorial(100)/(2**100)
```

```
5889712223676876513716278463468078882884723828833125742532498
0585603406374176100610302040933304083276457607746124267578125
```

```
k = var('k')
```

```
res = sum(1/k, k, 1, 100);res
```

```
14466636279520351160221518043104131447711/2788815009188499086
57412492142272
```

```
float(res)
```

```
5.18737751763962
```

```
factor(factorial(100))
```

```
2^97 * 3^48 * 5^24 * 7^16 * 11^9 * 13^7 * 17^5 * 19^5 * 23^4
* 31^3 * 37^2 * 41^2 * 43^2 * 47^2 * 53 * 59 * 61 * 67 * 71 *
```

79 \* 83 \* 89 \* 97

```
2**256+1
```

1157920892373161954235709850086879078532699846656405640394575  
3129639937

```
timeit('fac = factor(2**256+1)')
```

5 loops, best of 3: 1.49 s per loop

```
factor(2**256+1)
```

1238926361552897 \*  
9346163971535797776916355819960689658405123754163818858028032

```
def rand50(): return ZZ.random_element(10**50)
```

```
p = rand50();p
```

90959790468544414778747885017209418397877456258992

```
factor(p)
```

2<sup>4</sup> \* 59 \* 251 \* 38388729180120372230884886309511706731496664

```
q = rand50()  
factor(p*q)
```

2<sup>5</sup> \* 5 \* 67 \* 71 \* 239 \* 3229 \* 853819 \* 67295976547 \* 64380  
\* 196297086965071 \* 33829407894706717663624737762258629608689

```
is_prime(1234567)
```

False

```
factor(1234567)
```

127 \* 9721

```
next_prime(1234567)
```

1234577

```
is_prime(_)
```

True

```
timeit('mersenne=2**43112609-1')
```

125 loops, best of 3: 5.63 ms per loop

```
mersenne = 2**43112609-1;mersenne
```

WARNING: Output truncated!  
[full\\_output.txt](#)

3164702693302559231434537239493375160541061884752646441403041

1247493069368692043185121611837856726816539985465097356123432  
7385359057723817935790087642610394378237649459174293458849711  
9169729847611590608732509394620855757407545770986205580117795  
2198287643319330465064455234988142139565785447474023546353758  
0183812038760086841652540079038128588825668708585545623157752  
9208117665853086701321291552218043815486257879430206945280159  
8191557761789038539522349746808797476907664050601248473206874  
6358533498380573480362070577827091056171676768095481441531003  
4451613323636117493261633464445423329417241203651488922044206  
3534393044688859445173161934549310336116821178855375531041423  
3079601224628803748347621839698291607381645105899183151268632  
5850432467781607888733436616846762580064365828402220637577850  
9404912747062648672186003349751782781879120470020388873779589  
7711995428334328819988693659373225032033999861007233938129283  
3182946075856105924454460588729823350956671321271750144252181  
3231078371985641017807775785493244577889145039577777188174108  
1789313059296638381343249900656794012889093947924432310848589  
4309534107423558437090832686472576036857555764324964606156858  
0436050783692197618658469334121647320471115721375248270317298  
8598644919015809051233515037909913810039934120380441831205822  
4221380961260808795561994322156075804432353726107484577082824  
4477174777113454219808060304360551617506661245722772351081365  
8400862608862977435499691282742728144049904904157620388494319  
2749412267777131661807046668216618368015998424007535550930879  
8092079721697481135174876099183086089790629407423499734806185  
8055903401074108151289718678480557279119736930026887081390004  
9216382242950567144544610808830778077569658274097207725055790  
4743029388552109572978472439362850714479000235563466922422958  
0804466353077096870592684062960257403887838801964308761215454  
0565403077084597094573153844515641646052052703476856972236304  
0421459157794627274676372969627024586966924583596405274772819  
3836549774615940740298507111848665816797757212779117026299321  
6100798615239804776994322772504292367316486005175935967270797  
4212291388785176078858827536463762779568183706158015662514847  
1149807535587631798640102704949845856514953297385063013573793  
3029245137867867900483238983871865485657897583238403863303508  
1661668819487046836628773473937016550119694407061934853709391  
4833914133956239890616527398480078881847631955962893313504535  
4673405607183113952572269300606439109456560363690140776502041  
7719318064249345069695340774396275899114532813398922449231049  
2363649161154606214309801697489236118151960267638758960858313  
4183945946087337219698976984456389596663199469067992948959059  
2184749636726284838213133381329103265901431056460552198636544  
5345480787880018414223701652167406862953942506154084278287515  
263853914174686005311659555817382402933487488294143347013402  
8296932137866487261771102392804462382692100774795886869450386  
5133923354903717153370123737388288715938096742423347820698931  
5286204216387917132829318197427300655544103143501170306990305  
8656627054502915254780314454267975468798809977757547241474383

6704996127071605924457256253035441990031539943681088074838624  
5499420189527738908565288897428008148773260031393191746816438  
9674091291180341912865009046249563081023044908135836894993710  
9220812321858365193533309754520539793896662660184098464340579  
7263293885725309497954732820340843363205352240142099101545315  
7722485318796254833215258800135568197168835686043257428923676  
7866170135866122551838366750993181614372142014001978032575963  
3190535167823524067999376699693088681877713692169655468042235  
7189776951456861268961557332618525455351762820170277189251011  
7133174859387234593939147655390181916711869349869823246824001  
9693588125039405100693998084419320414897758327024102427609477  
3867078642882750672055023495156544613386480271885888119871160  
3442468331823969754689178229936826462203441520673634772256830  
5544612513467506678749497938570272350734056581774802783500484  
636396896658967300803952364477641969627768166678517717808017  
4059257789125541421046815569163253073286427391407345114483451  
3220483354398769941218886672525723558353008636814879746987450  
3744331978829252951539610434435713708005248684561756371575564  
5765997667263773752495255684837470722481898639883331199646160  
9614171683808064291068805613062904919269364666548525821624351  
7804645330465872675705723681938416419944079307929394539417506  
3330278284491866984493874731180082397442455316078746461414607  
8205683331027984964261058450885513113178417007994369249097689  
1310197440348317995427105956855168650664332792080613584925093  
3891229479346064744915349034046413260956430000828104756939644  
6868590782148238131536715288967334624466797899989175322717756  
9396960130533072550618451953523492390888579194517951830090145  
9249838980032409706182110619375841661893175943080164164985124  
7260938218024607262413523054688488965768394837512213706992655  
9999767166289427485008562568479863592917414997895644535494509  
5960451455696179715044497808318000508947461905942224700494117  
2942195200462224371253724708904357842847131945868704429016081  
3308413181708666380691476932767117820472789554445537303971151  
5690436305371812922179997098623615914811880642508693382467699  
1440057557124428437502812236354258265505931611602713592204301  
0166539179612474745291007979443218828405676924983126953608284  
5157974875942367179373564764056018110021318963854718136757363  
9849941955647628325562880518256438228770818207633241985862339  
2600755344268524975451922161234307929787937434968350012724224  
4353737621174013617936136915206374566574302088223814546638669  
5468512805321362382246614964647457785298711979082816414566797  
8819515944633019333340213482948576827384600526277361447580922  
6961258163843159827634239017081602351005899937346132326608462  
3803783059785848168891966281828814296232774439123085623971508  
2422147623266973277571317609958135196552725410909963624231126  
9735433520843926509696065570770154489609422490235566409636353  
6526416629926191582197765299766388667368394518235492515203859  
7556490245479889632823904183107383426184779052893098820999148  
5077401582801963861039508188645875754690676360422641632277917

0632280689381370961912060276321196402097705709836808178662338  
8623557322075174818568700287891520502812385713768109811418574  
8104653709048269965576061807305242430791432393125584573321463  
2593017292837359734964652655797157507482874156777358016554612  
3163811844522476020500280357863867048153284506561106246953344  
8338928089627022622058046010487553587932796149266731764968746  
3427074294612310475130161729661142361827508069087455199044871  
4996667376493023526543697715034011174483276795211957284448892  
7927170629863185110573487655680288156196990091506402680734977  
7135009798607764934744872533594814788707801590472344523378364  
654093156064839641063579354676615199762376973655588322027742  
4749433598519703983731274855503651752189814592366137187639473  
9674184472772047399637870420201391354534992457223972709756104  
8591408777668932247617117746772010990660973684657007249352055  
5441549271868574425910383290072174702282520872050937630252662  
8522115999621946656718234241439702496631260906228263161254246  
5266132112005964608034724185798891125266855818211854921081057  
9428283017448447971580149824687787197278951344659842963771185  
3823195450203389041929693022429443746555933487458940861685264  
8484158581384884034735179424562047987291988465528018394735122  
9561815353500612608122800462851401421017019817344938147225260  
4584693180824737040495791287435641352062051904436548121331047  
6324130755324606124263614622857590946414372436832568629505309  
9081644655969145017925203784700826774081980495035447640430698  
7019797569265189320610686042311911532674056946879063081563779  
4200341345192414859392009089385305701474507591904145206341103  
9506627089612142312185408097531824548570879580272003393696493  
4101089791059804199957897108699411138875038745903987310401044  
8115894569605875846554827103329999540042769105141146596119399  
9736153441619639116956782981006436395124441507287169405640225  
0229030612279307922105027886183903154622547638012143219632025  
0207671545047489967868711631695560039482654538160557143791947  
7768400122555025356578422096404610748566656216848821015474188  
9358308652181409619874775419879271844452944576072989695188578  
5258230886452056901546210900055601326884291748174458275721377  
1738674828186763569877173148555651761688037038425643679002017  
4945214920467456309138845932603906874540305647066547781604516  
6072584654371720810246078560398908356750147939313389079070448  
7285214775593813216618455500550330111682389324135905269897301  
1065786185697510714390594786649235618520148323957224097485837  
3310141367297386899588723490399613166504465372299733188563693  
7220743687504254968095054410135527099462567438685576635828666  
1114296788848786896552938608494846341428542192985070375764642  
2031288730939533532412494350963806034772258085729827222005233  
7150653830266492688013554510921944076196109756375962724810125  
6664124125533381847644229800629019803251563921864016189809233  
9731681098323856420815385529562986958784846778162455111741909  
6531016145229579773207530658018461474270095798649806601972625  
2292616162462652172082737313263885202652704249484412627065634

8250083513590422515802480149875054675983923219079037700197152  
5411475304838160680454307397585407335673636166754245889944263  
3187447767044016447328373709487695605387586754948036589063716  
4152543865814666169216624775805212263807000728085205803920270  
3424710785495779466656036594009698552372454317837124690373114  
6341024382479360994648177697933895904848962935661867028648816  
8580711295463536320279014618378340829158303076114763543419002  
1847672020502213296897250460707508551747668027192282003475711  
8037412939051224794640761690819409090258195934062856625212070  
1589329906300270870706020575289726326284411391096242413596525  
7951213238393845071783589984692243029358759099060841690887516  
6623258380399836827880195011239989046268177570978184981856869  
7671153496358358902788767781425544547865312038879546151019859  
0492195321153868765260381314085794126503195141284535280848637  
0674852731061082653934787541477279301662214633878202225955060  
5437961995408661683037405000759105848859052812713204177846272  
5263822327691402008077993446126011693194195994569798973080627  
1131585356572282876976243320315898009587145747070568382760849  
6161516751472688371555572686252641487109249653294409306008825  
5506731189657914493770240918244076516073477208530267393236708  
6248036334007504441555995696363532250339017830171242183002024  
3831956393511026201872616954184492315803505875752706467194660  
1589878005959782923606493895928898242403322932533284555214990  
0756809332916555470598608458794822241451848643706627581517172  
7199585530247118205764996555755541631025392277658835933965717  
4027460664493924849791713609313279837766425714409529735627277  
0555939498544949231642560747894824112510298250215185195042377  
6252038597246864099132298307696373256326897813027456314404371  
4761650558617166438663249348853779571253741508808254957109146  
9760467587922387526819439182072708252270465669036385039201164  
7993980670169882701493145960516802311748524764597710979764030  
2935795337614147581953983911359899336680611505473554417423542  
8119189280765536403994693980005995140007480471768023502788587  
6717215180236177323650514781729471790932821787753674559730152  
4609862296190121374307044795451474985973632293479246157754335  
3435411244234437665290931755530137022090969741744515987406829  
0615634909272653875835300740268285745049200813998402389293819  
4777296695631613453368782316327573244459759669464363220788920  
0755614732801656117868626585967765734727455127555725156178525  
8696267567849657467131183723829830836350952072200199209330355  
6284016378616495897882039363667612823405347336995555753375440  
3228701866464761719305132899905777520581150683990795005580832  
7357967233988943572765982286710033121723175697516648429864679  
9468811458904596353216241525503493603551736347209572605121972  
1073748686931562788921387655043425695384705572366692407281896  
1124588691213917666421878612704579131336340702480338073244782  
7019564779946920559906893531270337500503933065106769402024140  
5492493011172190625315742900080449997671618883059474131466605  
5356309270300662465914026262356051795724232531461929760825813

4799436380408566841241707359910121164017159831512977683502918  
6189240909525046612654257700303161167666551142253630848345011  
3463236916796511434049604594455184868790291715338571044948757  
4205386533092929194834616490617251034374381685289153959110071  
4727296093029091614217269986224817652586620202100336711513059  
2819832014215138638490965582368455665243000138539167969715191  
1854506966815571789299596080526692533511129914586185450688907  
9839817263708813123444366350674229234658735558178380987180096  
2656350195996880431438266426042641356177893378912227842292347  
3572661549988304881903372265500726380871900219237885556698057  
6023343078282333265591417578572247656448917769224414782386749  
0505922910753824192622676936987487094825118124232715510992732  
7665903765757008936941511264222948240300395264681084154100693  
6704605859922405222774483580682411748743829078652701405158173  
7887023159425195344722994154242645113741142277764633194788967  
1694679086965517439881634505086880145636690168183240448071682  
9863278372717705654545195738723515152543986818614899340456263  
9795621785859778024100724478663622290598750425221817982057062  
7535153697210195410083067409133512700249335399109662520816388  
6546942026535486972799996102031669049152365470404984258762886  
4908072936018648557188572275004384720691421860671058995888252  
4749138208587050114947133997386497751214195740041177890153943  
3300687443874953131814682365366610282401898152730807857859725  
6339093216971945235578804504426704977216305650697167332472355  
1130516353215026238383138236390571934694939388285491179829499  
7858199131776433304805329859052022002558490544810827256064195  
2551535731684630188405961091315666340558684576497915709951235  
2093615945991283652060623915354231611862667759081703390244623  
6046585917955970953572303607878062860051948459552182438740849  
4711582945386854612190208175840304679540092233805861411638297  
9247545223878710924151736116576159732933142843865327726790452  
1117860697970775233682470184375978442984654312337225041225442  
5941467840778584376233914450312988532409915007747633590736396  
2645146399687622857483734863726529774763158563123958426959409  
4525100325539166097631431922601571532828783936503248855772197  
4078668428743802187986046424377630678384355258386428473987336  
5903625038228699718661941151846288199460856639594635341152199  
6087846760700542240162622647706706400857800706363240078604650  
7100891935323680072

...

2219903006473378783498720369087834325139426199733403641557034  
4053879390724014853830701881974943076607286697294424792831881  
2307964905860801006785033119324552331545327258426243020609936  
0983630046578018145010826448052860448585308343920400108819186  
4795383301642712625767249915415604924522803723455203556547311  
9703416981168687629145138120938182639547787174959988170721713  
1222652412536734990956636571669967605034154719666515716969694

0740993123781734431518749087331141637539063594872893796078298  
1788888183450403870140945607825562874202271649780921669966296  
5857649545480932992283339140256167994331033827122801246147648  
5123597081285712169523939692208805434743912905553605758161902  
0786252368395786772468937221303273882373556449475078631659518  
1053403244398198048324730636449122126249063935363764796226203  
1138635594179039880947804202265244316566935079107458175339258  
0643989850989132117584856255293317367394741613228520813054669  
2460162858945381861713368638651307968882669593443789610730178  
5307617602633668493679450548902858015849192788907446153301570  
6490640781452744785179841539554018634934893906081289593821758  
7919781220130174185484273201882315400460395368940450066327747  
3625147066770885766558557988883846225592835472046696490302703  
9468826145156548946029300006821320180857489140344977874654357  
3811653566174575007300883451403647346525428648955774836954277  
5996060760559754881682813942681416304485479291255897891625517  
5492007184794203319365745786538639689961036518992150099877028  
7818972539510791058060100365508683070210760210298899831192630  
9572781495162999198681394798225623054780216821763019705181301  
6991000931104670385641100954084618271083388524119347740922944  
3084105874102456667350211570482679531701723120056212149193953  
7606294653036368397391792657907329721708016603572979805024259  
9847299255064969372438227230070638793459389224171878602895897  
8577255038100104446627879857923987197398895971229152540345823  
8945115797461337654443279659685811616231008618506955217968830  
2788708402299166695659532295142552978105873878044004016841189  
9641331013885700848724365965945841246319254396445580952887872  
7769492405998399182003537707525490924613113573897963818850722  
1764595833328184086841484499452513599655835670243940082336677  
3995870654842087671467775649253967286406718036007092361398108  
0190606488552490721442712498356392762006760393655883465070866  
6617595653690535186110337706630041554727471304205193554156951  
0688978327884432833849392994928301044854727287862719656569518  
0470038399873525139327011400936449809066397996233214265455056  
6464279560100517563128936973401552677236633522770656732126230  
4887768774072107729891230143755808455492863633086959174852900  
5208431722982620021005974479784600389853571412262462550886645  
3945841333239091521849607107378727392533228848466660058044528  
4853842739326179936778372908655402758123759111576511517538731  
4622903991066788905395615711739402593950688111978423268434792  
7302837447911401008335290421796664027027755765631964114957320  
7028934412392837311641214207977946597303514247233035761284362  
8620695961523845197862700145818084986554720558191766078385858  
1967210952975899799426101657914152021748144602908292944051003  
0679319099146280081358688726302663636801657540296555447598070  
2285689778234850430652451620064982610824155577018662957955133  
6939261328670478016958953052798869881048281655743348967317327  
6431202820612661907615214284969261645063998087513419723244488  
8759683850332429607982098195484008651040206771703743869374971



8725590431363262755979697754694233858286616848282825014626799  
3295744845762639982192262156484172450308591813197767394500625  
8321239663658569550672134815787595549822733397468672235929442  
1229321227255793719124215778643296472857301497274096576528224  
1018813578958109691489197671034996713882788132527957365665350  
6427033178045423170943580388114521239385982892678363299973361  
7699146335647552392250850528332230162085819880900900485839443  
6922109737752344244102473704659590493152336826240161793245875  
7747242237969002014529460176539597911251138174716976036176713  
2575329648796703076044166975599853915624146256511610235053454  
0332947043780546066316999809888576023624751573987498682967032  
8581471895290982729859233225400047394334598106979652689699271  
5861009821614328470952607724689763009221638132205476227375339  
4198401090881704330335043549486152369831733815027580239035988  
2566279603643040460379710408009478018796461191612572217048022  
1709901353427442006496057708065292070042730405086978493298133  
8225105656017515529229967146130201790595943320193294404395764  
8433746328001701918439210205836406381918486854461615359825207  
5936475617507636516621644733171151784223134469715259351174903  
4513939689730508130108173836910486443644495480741222836717951  
3911734760336455934368228172062736148121169983892153083012994  
6634400170277525220632603574353258903194772881422734411806368  
3339021266401278434841199946582689472514673644767071397046564  
3026095953827090198139237532938012900272631106163038540446416  
5355389718243830437997117984515399902358813439518015973713926  
0642608668412777283752608704248602692609987083890385880389535  
6570866902102729437268378089147617724717142703628698657568230  
3484853184603982163051614083044324507513344561056053438008138  
3200392619509770102949999811483314004921497520874489097783729  
3994968844445587556281891805265384505824695761237430971453104  
0882494312429194499662204067641818257054775062011656911993220  
3466065675440317353002868253137534948884150609398995827405535  
1876107607281113772505520406316438141928139296516734808264850  
8342286736556840023234884527761171100294124749317876376427779  
6217167194067737651773932948279555898949337765458369768096003  
1943662551497635018656709223693601912851048172219622485465559  
9623146905342151234063712305851845398285114676488269012869988  
5539220981774220919856067500005686312219488210071225322280192  
0474595419481924228528590060940481373417481959555714335188877  
5747416353264792512366526449006716170310824014267894526107657  
5617938416326749190126633687042988765692233718889225140315145  
5198185017070316400735086602454537285316334481820518985659098  
8894132367762183147461809678490769222932001314866426705133868  
8151096167277470212604599801977157003642078897074850080364836  
0899837672284028180301796979830861485408273941795390015278888  
5873441475724366457021701475516512451075685869842479095167446  
9267211009913644206084181229788648431278049755235988546256427  
8476137094362895663941882875467260593508899079767241646283300  
8129357379751049863165126809170716816542861801832407922388993

3689959123435292119498079703194418060318237280877328839698106  
5946046611939369236550757544877007879122744732758629541881615  
8835303654284767176280045041868296719638329715556765513015821  
9885648395971199352095431603019183030925486116600155619307671  
7570950311646830097693878750175673801402429061385589584895412  
5785877002632976720032973404753883143565756587559972164511768  
3186178549683858968326886998706718580591114365225635147308518  
2062061549994680519815676880255712813915537527824289516517810  
0964465385552081389313199788875676717337324545757256439273112  
8366725680975799082868912053529400519590681906331037922252868  
3598227997009183953677965905644240460923522839074374918931886  
3890512290862662794604133627723313705619878234558768453162856  
9796936965182828036451197389809130795686896902925485106464631  
4590556675891188939587793927174113094423006711969771033984174  
3467428412424310123446569569897339862312611033102308079790625  
0929420595775497971848205374914618208116226269670954542378481  
4762168973729058670705975532909407355023750054916168523917456  
0719105608791190669164930013891452968074067395612875907632982  
5598595920153524801302094951142871468848166001431727957541492  
3454437967073216180775392981515090025024388541588005941120689  
1157255438656280882355868399038806792251698311639963418245052  
6031865022846934413611468436259065788747009595042694220668688  
6186642043392267588084124333071927410002158375986908934840694  
2926591276862902488301820378778094883198565352699508972225306  
2117012349920844454129542590230587931946526472531659515165630  
548521830250882465577156854145115906830027585244031477371457  
7656350036983533566008791873617383648545444557949880717092666  
8802293642373772167513587586816728182116721904909206908172414  
4702123670398123734075666634956343798280975600270488244946163  
0931732689318302133293420628975371273677726441565241033425030  
4102565065477549073575334618855235344176747076713444738674364  
8418944705438239189895256157707045288787130467301576774274725  
1215015370406547069721991903044406434586358826332427402765282  
7440858542920870781620222801045119987713664205874663628016500  
0570932745833225973802863146663018044868227158123111650576323  
7018638166591367773196100028900502326442277908157620961076239  
0299443776752774298679530769181858485436075992105670147675129  
6923784863202451022188849686513083841527555654566116427688846  
8718665894834432901110889316998897180848607505413183579263557  
9762360112322000195025964838050861216541457875399049753148867  
2248254361568565482990355082161994108500811895432478464216587  
6232316961954538733530651624724605274755983558238206860355077  
8265391872623936376364539875123336071327939458343482045112439  
2027791560252230091347184889017225124491533062689581497073423  
0997303787927136541746448436006500336507097722393722811849913  
6741426582780884344741672381874275334419208120351521272595091  
1036093356916321471890446731349694610245079961676463907635094  
6895851498180271471748555315227739038235007107829402240962042  
7375767843795214982299261857276888600010948580915188416400482

4616960404048148899877312929371264942210022709200057145267213  
2532088275371232989114070733806583612359858792490716520090904  
5671417318236865548079206337435504455514600292822209282836336  
9843575985092385384175138489496656552450767484366924054148427  
6851761897872701548694420733341669561999731639994238338412243  
0208976942785230354740920404384291888060385744084267488653947  
6574726135155181826170322957953676331478370486187387653339174  
7853011058703135932450858656568350912567197582155763637460087  
5923771386053216422884340935727568008538019219874140723764106  
2119181374288126997097146995975068456431710905749536027868728  
0818915248044843333498913001197005402036312044623529545141647  
0109591526362049933104105994810645961206013570794415924866178  
1054063895351899682858266623494662896097429615628490509961339  
5372165625885973550505044215581209074929542065919410117643475  
9424800391343711859835455701868079546635322789414193952378962  
2495696702375564077228602826570228803195760528330146510489762  
310904996882204745483770626929299555606855521207683234070169  
7830071903864774025053110416058196613094955975938646943935868  
3149390695264813704013177687661704859366826206435503391088181  
1720267556460246162923820950775904372839014473766900220593844  
7066470869219431716650112928272984986766711153567816275152979  
2937101576213739659701147885234839091255948981828273896895016  
2149046733181198730088211444164851177366378576772567454149008  
3647476701957643919018828440864502237922399137620765025029842  
6647818418629582684217664276556943072735649084332120408067304  
2923212564733930541630525626771864729326116749159537627756818  
4200812283592457228276494237728350079708203994133082241122428  
9546186630467571849654823197219029704588078460272389234211544  
8613231830616281285991783457958558425357901624900726404466133  
8613163476358679998295299773365530104569990320265165950818584  
3319487908210732467146331024149084416947155373718636942903974  
4370852958416687559652957195627564908927823408806186618980963  
7836773347585401925192699075006554224142624622496528066203551  
1335262965220784108118791094489000134779924252965181497683649  
4367408864820600718112471950558342378192995293616038579828766  
3487077345966071752419187855462571406254141153816257055830669  
8057813011748243242077377418239458886355624415928619996097163  
7997205324180235380532239308131542268592039977098278648164825  
2259244709671812783672945207080368686681989919136839398630892  
9601993172795949949927826155107359505861759241448538613658014  
6644803669290219276529454607581983688455597983487514517249868  
0439699831873617287862100837823233230951842294296030070567199  
0709238793523872923951918434693720570532133678314717545737000  
3865781719595283634084981826572507866210613543437767015992713  
1830536728405975879310322232884089571261924085953345494389359  
3446342785403517802963855773978319197575783451319105402645683  
1009617458581475641355794514236356403240156938511078483401436  
9152957957769618358876620706317087046890306756554210896922945  
3755661303886529957794812698065616162829819835111851909909249

```

2659431343287338832452233223988746473298627980345947910736621
8581706559296167042534319308624902004819175768368940447452704
9270586601378252905948124362641571542497188892142206064631622
5954853477969099123790931173198858263352714424879113878290443
0170131554745148668716172067366084587120527911056138208628250
8958324002650383081887564701163541781968605793382540388441315
6855280697387858858478260623334049363918131906497744674551077
4366699100009449116038927901019826438787580819085097880998737
4147691010813815354310960086264569828815002891561820871858406
0779554852432078705699184231434122404177124668447874104461129
7605285404586195162832287147336359371709349225095343297985989
1568582717317091213036967041142565477545666121344400889393844
9355798128045767031043815700282847914086455406822709003193746
2617619257530273381792685640663644941081560241621991495148816
6957645424236111608791713025311251803971927428241029738276522
6967511526690913688344725574703366538518350122646150305754548
0465006797338810908443642509416434832300992043624407560473334
5109548503854654756445074990286075201608791631836589967414441
8755218646015750087753138080927460307377714748274603761204217
8093111859333039200196621154679339808110866397379683252712153
9332561598223769751505975794869312868809417197403926743613465
5147976615095522660828167708591860621582879511773868029876260
2739182295541392918020056838360135679872860483416916652487086
7974180670847111481159522819618168237944606699683360033503557
5116127253444671601120637223520681212551625280312525639060056
4649052422502206934159709803688308998372051463441115976028226
8219201398183082201410461066091129034203658608125335507924074
8709180559204323723019620168353594623109800674349846253807872
2758511333502460778884339034019700927663958167698908010736101
9685292570327255354462246468592870752656810599368991521807380
9450082664259324131398269150840699911592797919083981302233048
9093195998014562456347941202195900928079670729447921616491887
80022181166697152511

```

[full\\_output.txt](#)

## Rechnen mit algebraischen Zahlen

```
res = sqrt(2) + sqrt(3); res.N()
```

3.14626436994197

```
1/res.N()
```

0.317837245195782

```
sin(pi/5).N()
```

0.587785252292473

```
sin(pi/5).N()*cos(pi/10).N()
```

0.559016994374947

```
sin(pi/6).N()
```

0.5000000000000000

## Rechnen mit Polynomen und rationalen Funktionen

```
poly = x**2 + 2*x + 1
```

```
factor(poly)
```

$(x + 1)^2$

```
pR.<x,y> = PolynomialRing(QQ)
pol = (x+y)**10 - (x-y)**10
```

```
expand(pol)
```

$20*x^9*y + 240*x^7*y^3 + 504*x^5*y^5 + 240*x^3*y^7 + 20*x*y^9$

```
factor(pol)
```

$(4) * y * x * (x^4 + 10*x^2*y^2 + 5*y^4) * (5*x^4 + 10*x^2*y^2 + y^4)$

```
rat = (1-x**10)/(1-x**4)
```

```
expand(rat)
```

$(-x^8 - x^6 - x^4 - x^2 - 1)/(-x^2 - 1)$

```
factor(rat)
```

$(x^2 + 1)^{-1} * (x^4 - x^3 + x^2 - x + 1) * (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$

```
factor(x**4+1)
```

$x^4 + 1$

## Rechnen mit Matrizen

```
def hilbertmatrix(n):
    res = matrix(QQ,n)
    for i,j in mrange([n,n]):
        res[i,j] = 1/(i+j+1)
    return res
```

```
H = hilbertmatrix(7);H
```

```
[ 1 1/2 1/3 1/4 1/5 1/6 1/7]
[ 1/2 1/3 1/4 1/5 1/6 1/7 1/8]
[ 1/3 1/4 1/5 1/6 1/7 1/8 1/9]
[ 1/4 1/5 1/6 1/7 1/8 1/9 1/10]
[ 1/5 1/6 1/7 1/8 1/9 1/10 1/11]
[ 1/6 1/7 1/8 1/9 1/10 1/11 1/12]
[ 1/7 1/8 1/9 1/10 1/11 1/12 1/13]
```

```
H.det()
```

```
1/2067909047925770649600000
```

```
Hp, Hl, Hu = H.LU()
```

```
Hp
```

```
[1 0 0 0 0 0 0]
[0 1 0 0 0 0 0]
[0 0 0 1 0 0 0]
[0 0 0 0 0 1 0]
[0 0 0 0 0 0 1]
[0 0 1 0 0 0 0]
[0 0 0 0 1 0 0]
```

```
Hl
```

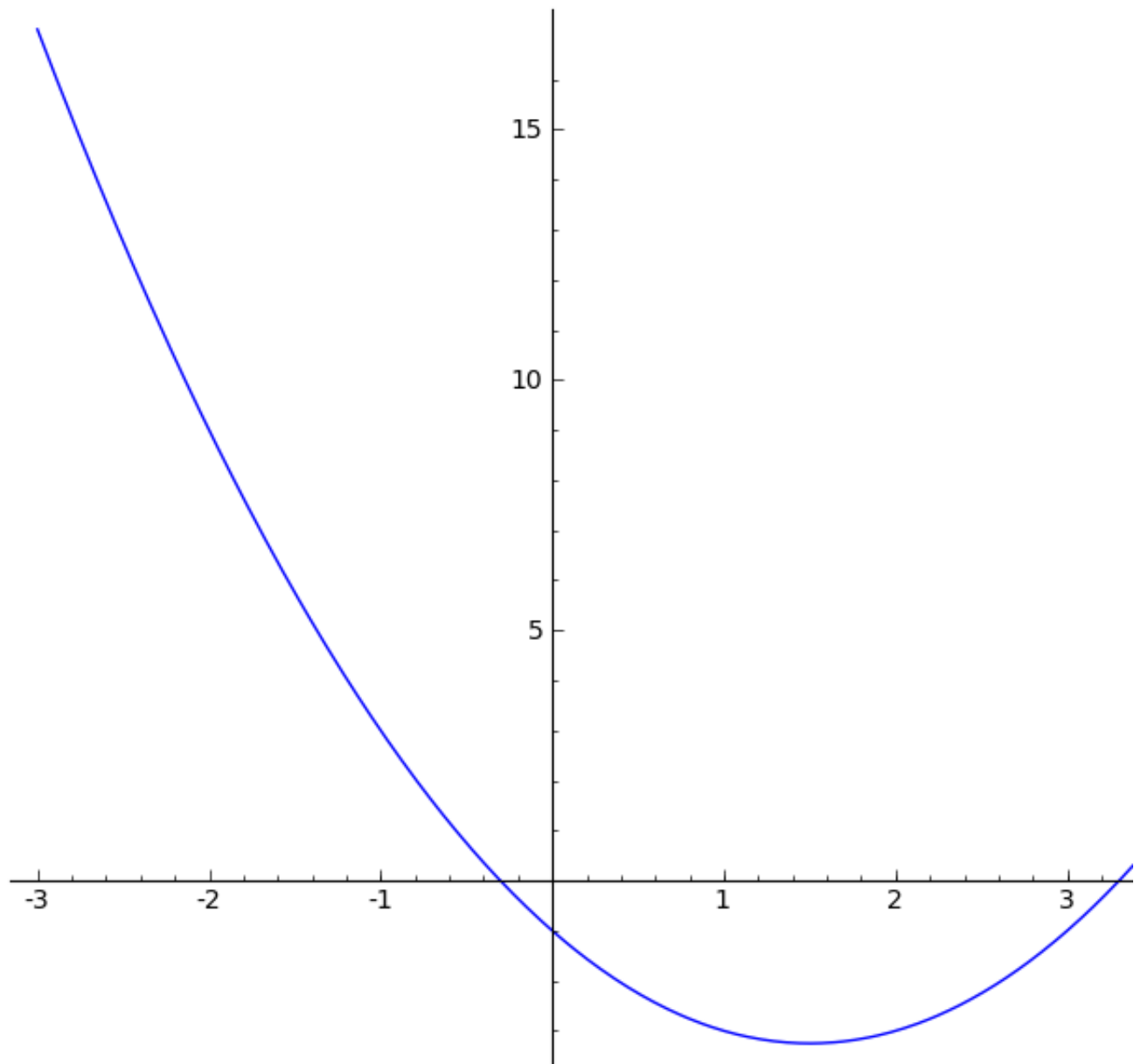
```
[ 1 0 0 0 0 0 0]
[ 1/2 1 0 0 0 0 0]
[ 1/6 5/7 1 0 0 0 0]
[ 1/3 1 14/25 1 0 0 0]
[ 1/7 9/14 1 -5/14 1 0 0]
[ 1/4 9/10 21/25 6/7 -33/40 1 0]
[ 1/5 4/5 24/25 3/7 -11/15 8/15 1]
```

```
Hu
```

```
[ 1 1/2 1/3 1/4 1/5
1/7]
[ 0 1/12 1/12 3/40 1/15
3/56]
[ 0 0 5/504 1/63 2/105 100
25/1176]
[ 0 0 0 -1/1800 -1/875 -
-1/504]
[ 0 0 0 0 1/40425 5/
5/45864]
[ 0 0 0 0 0 1/6
1/203840]
[ 0 0 0 0 0
1/37837800]
```

# Lösen von Gleichungen

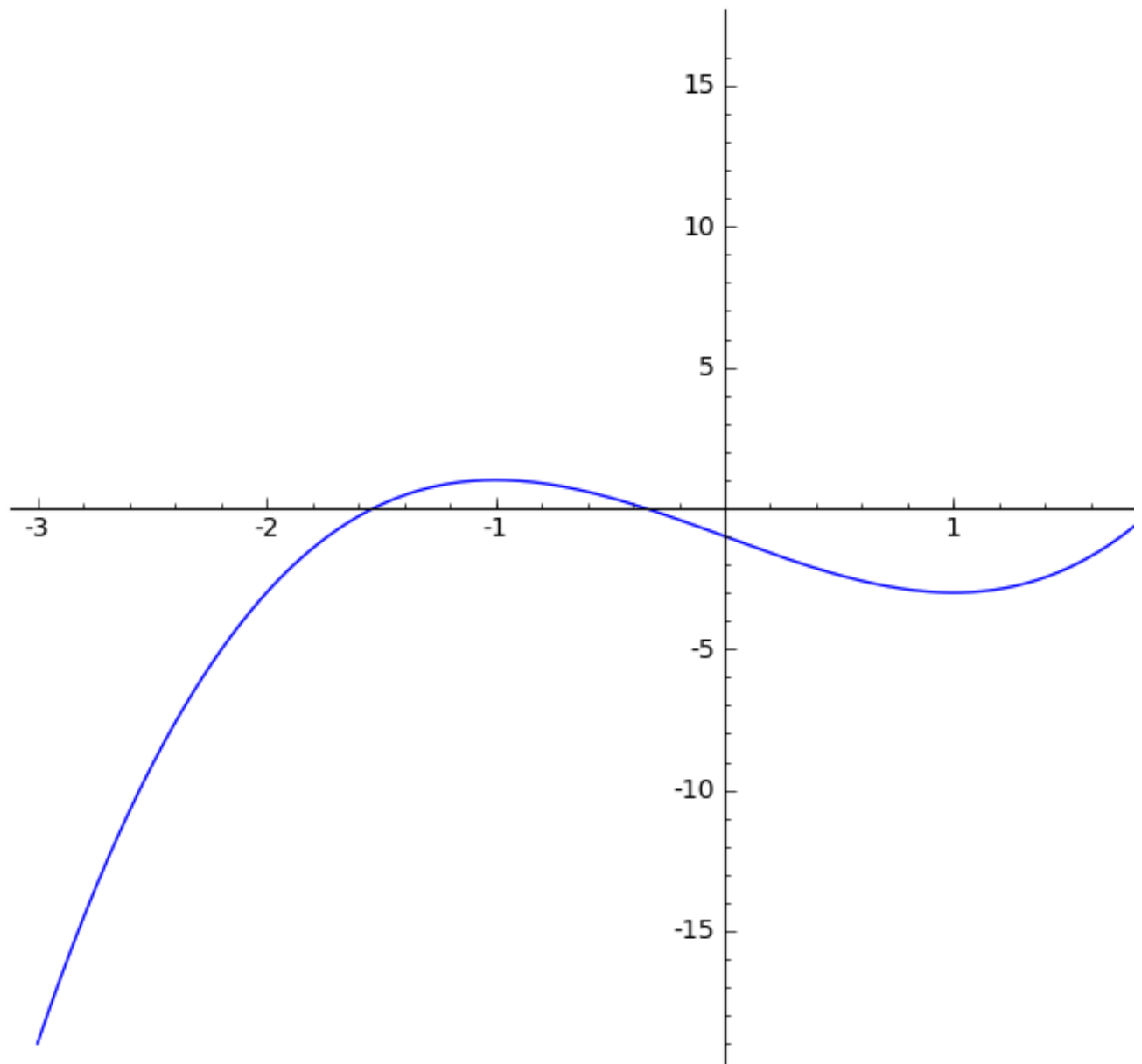
```
x,y = var('x','y')  
plot(x**2-3*x-1,-3,5)
```



```
solve(x**2-3*x-1 == 0,x)
```

```
[x == -1/2*sqrt(13) + 3/2, x == 1/2*sqrt(13) + 3/2]
```

```
plot(x**3-3*x-1,-3,3)
```

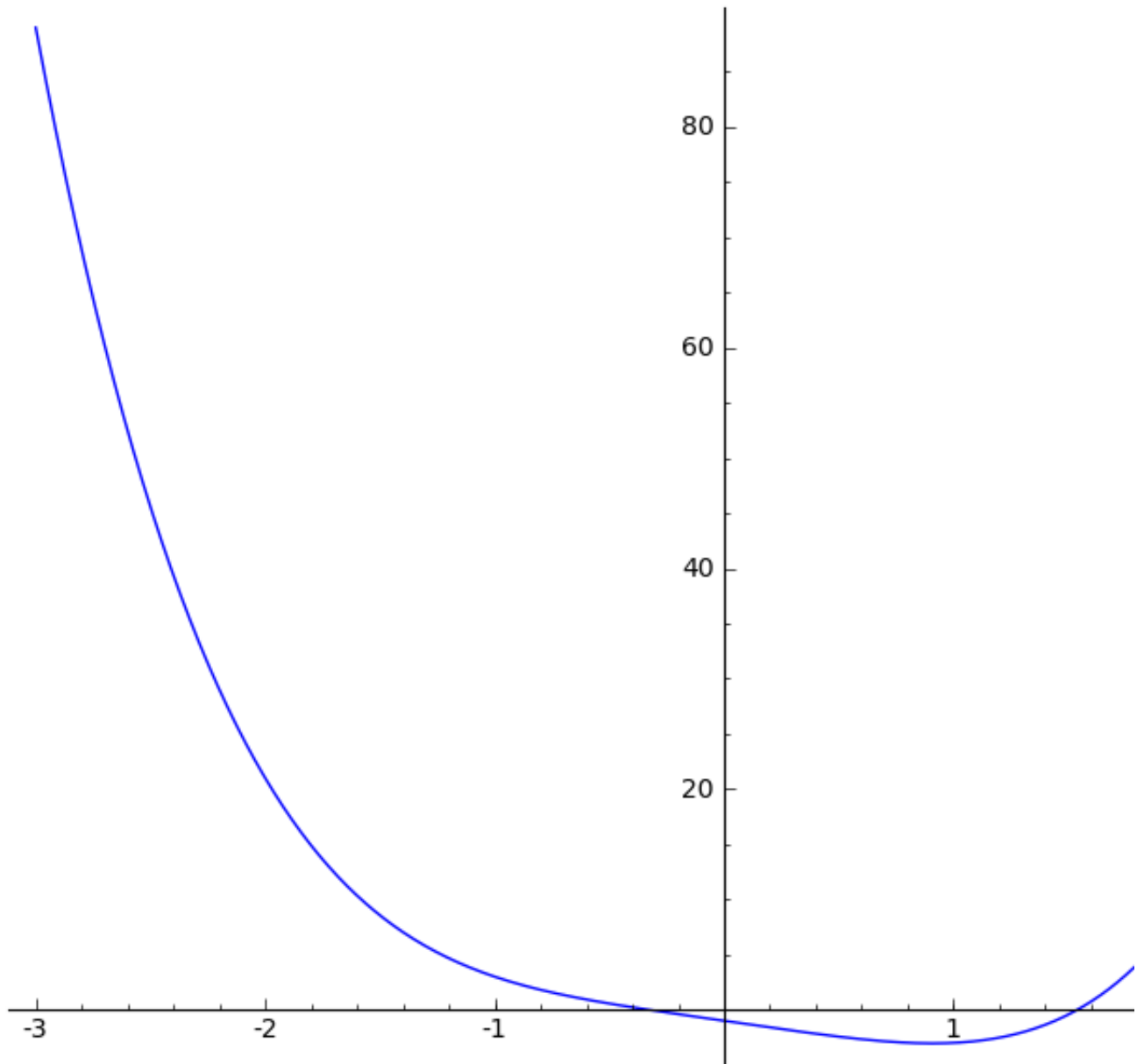


```
sols=solve(x**3-3*x-1==0,x)
for sol in sols:
    print sol.rhs().N()
```

```
-0.347296355333860
-1.53208888623796
1.87938524157182
```

```
plot(x**4-3*x-1, -3,3)
```





```
sols=solve(x**4-3*x-1==0,x)
for sol in sols:
    print sol.rhs().N()
```

```
-0.605102408944712 - 1.26712609563948*I
-0.605102408944712 + 1.26712609563948*I
-0.329408528192551
1.53961334608198
```

```
solve([x**2+y**2 == 1, y**2-x**2 == 1],x,y)
```

```
[[x == 0, y == -1], [x == 0, y == 1]]
```

```
x,n = var('x','n')
f = (exp(x)-1)/x
f.limit(x=0)
```

```
1
```

```
f_diff = diff(f,x);f_diff
```

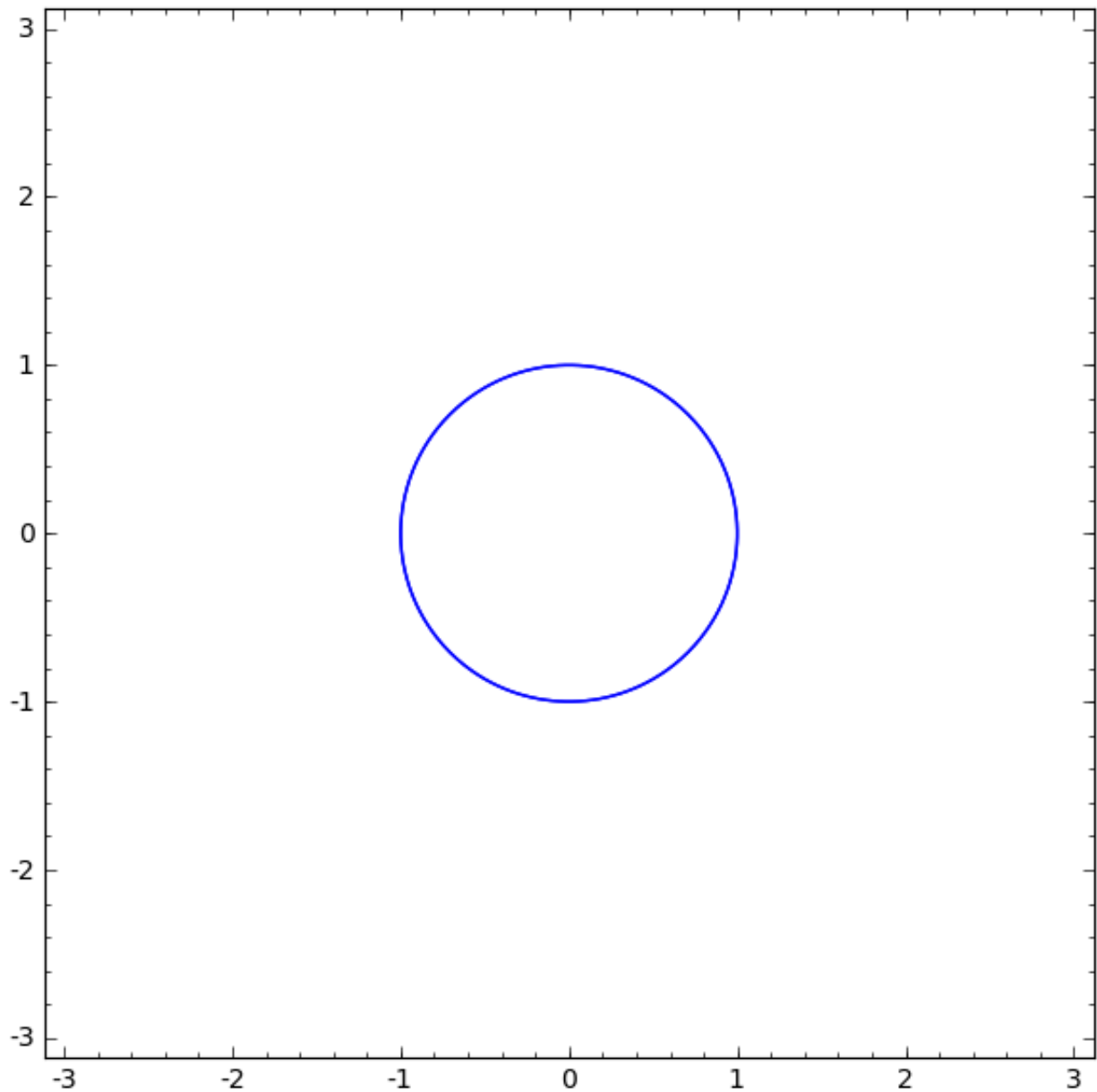
```
e^x/x - (e^x - 1)/x^2
```

```
((1+x/n)**n).limit(n = oo)
```

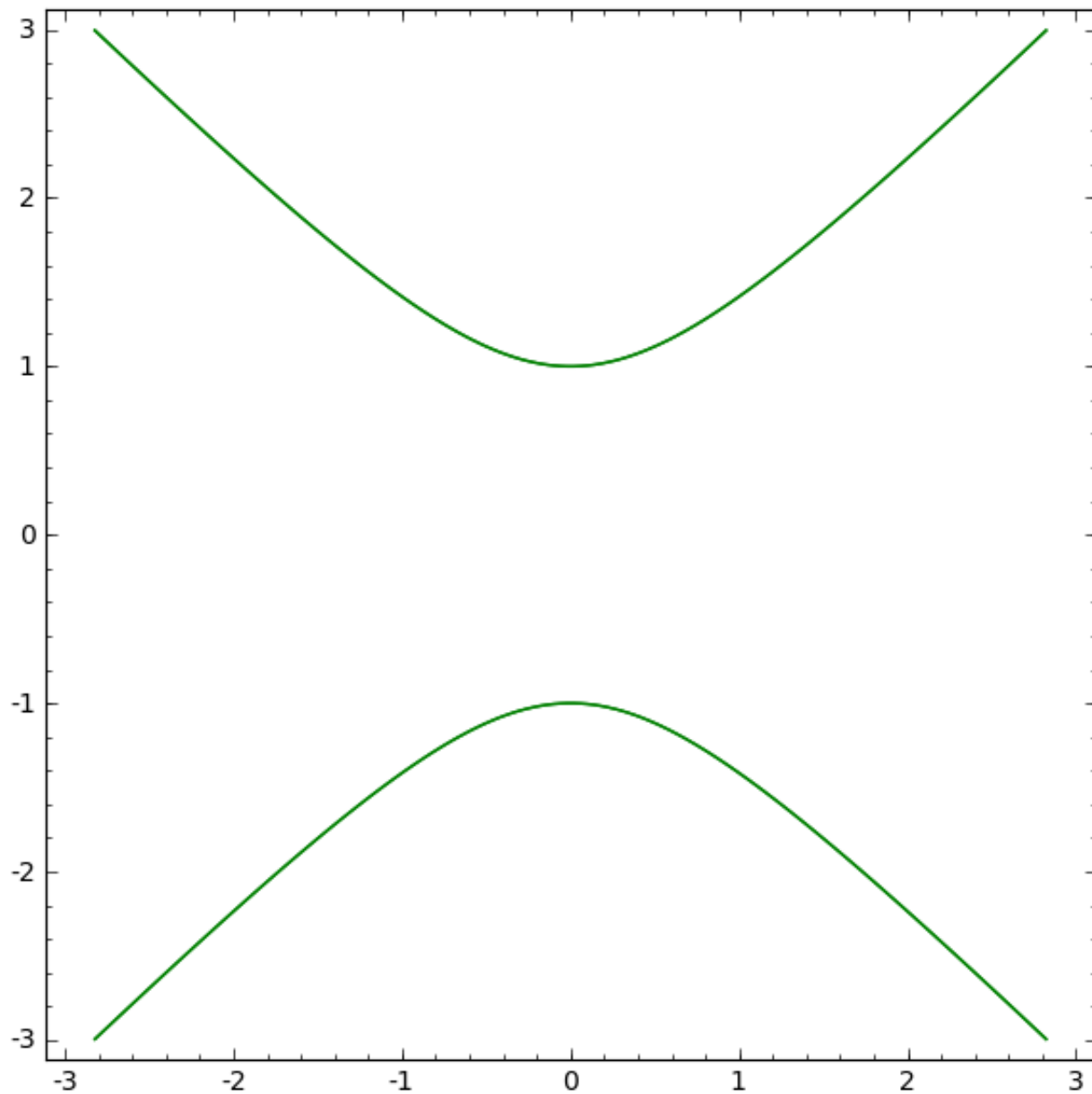
$e^x$

## Graphische Darstellungen

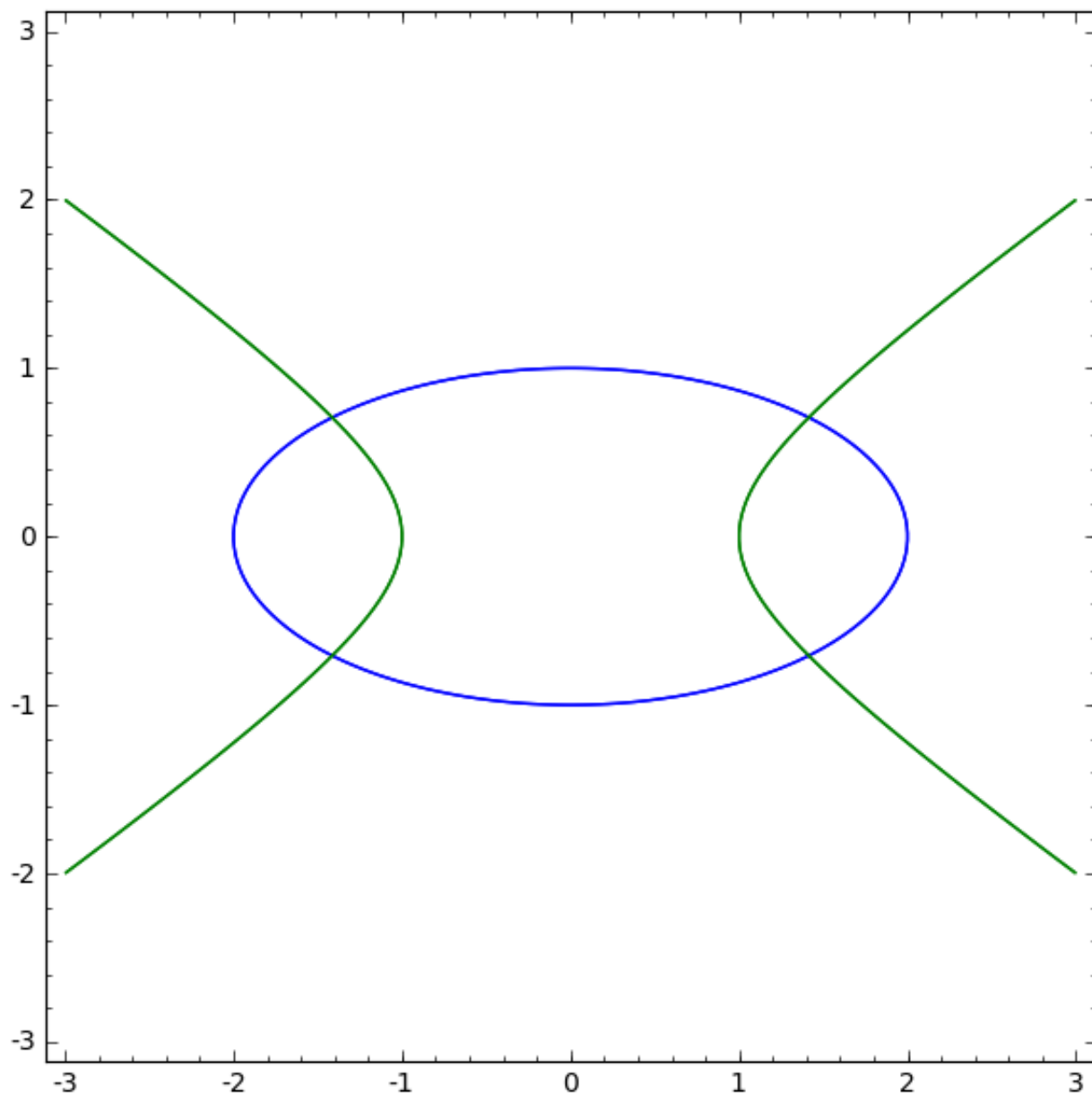
```
implicit_plot(x**2+y**2 == 1, (x, -3,3), (y, -3,3))
```



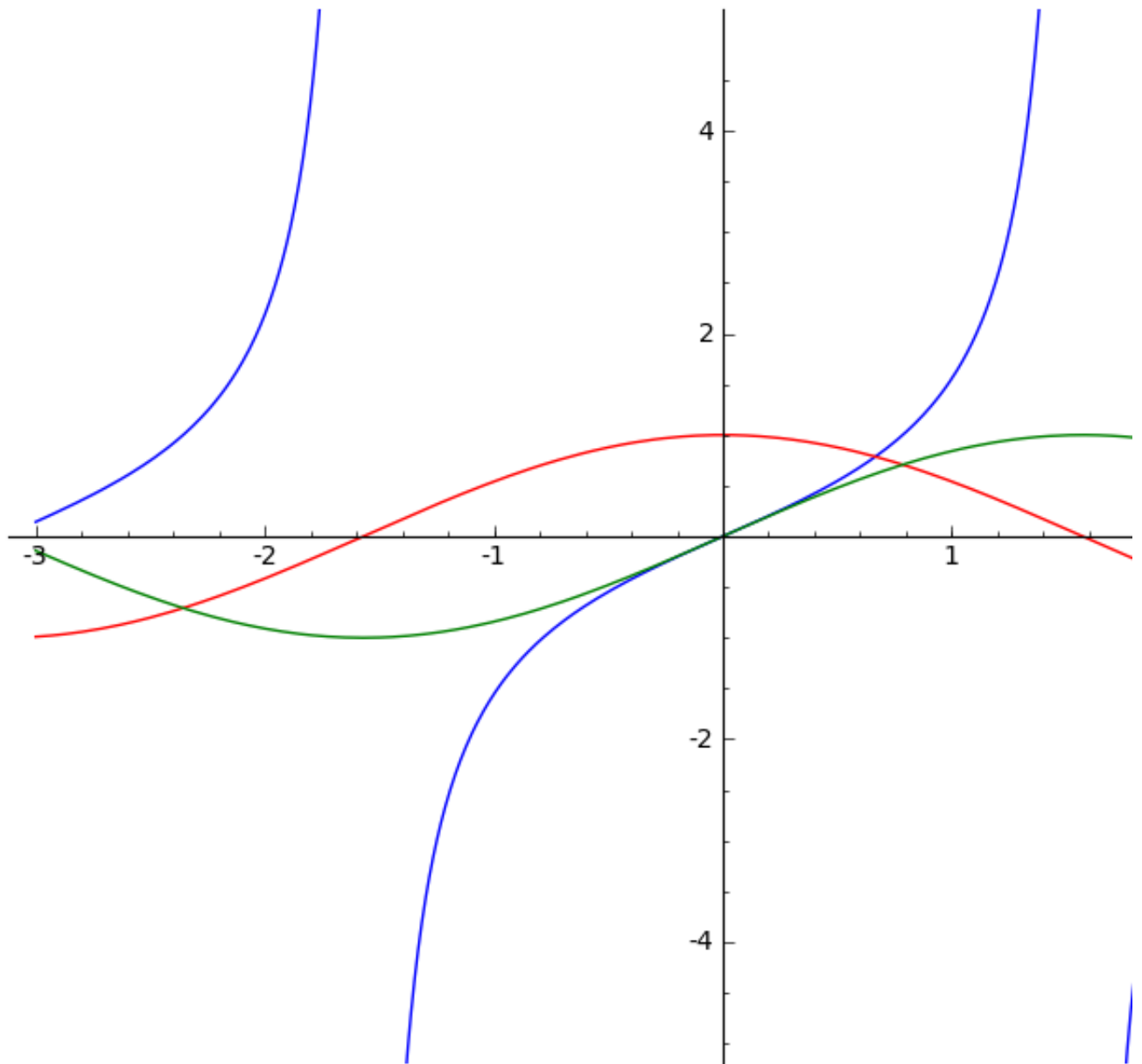
```
implicit_plot(y**2-x**2==1, (x, -3,3), (y, -3,3), color='green')
```



```
P=implicit_plot(x**2/4+y**2 == 1,(x,-3,3),(y,-3,3))
Q = implicit_plot(2*y**2-x**2== -1,(x,-3,3),
(y,-3,3),color='green')
P+Q
```



```
P = plot(tan, -3, 3, detect_poles = True)
P += plot(cos, -3, 3, color='red')
P += plot(sin, -3, 3, color='green')
P.show(ymax=5, ymin=-5)
```



```

A = (0,0,0)
B = (1,1,0)
C = (0,2,0)
D = (0,0,3)
E = (1,1,3)
F = (0,2,3)

p = polygon([A,B,C],color='blue')
p+=polygon([D,E,F],color='green')
p+=polygon([A,C,E],color='red')
p+=polygon([C,D,E],color='cyan')
p+=line([A,B],color='black')
p+=line([B,C],color='black')
p+=line([C,A],color='black')
p+=line([D,E],color='black')
p+=line([E,F],color='black')

```

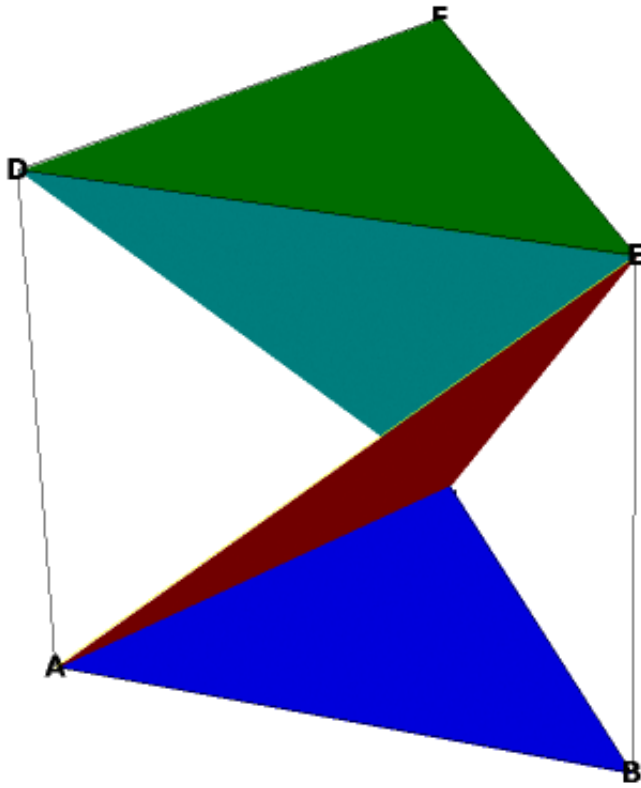
```

p+=line([F,D],color='black')
p+=line([A,D],color='black')
p+=line([B,E],color='black')
p+=line([C,F],color='black')
p+=line([A,E],color='yellow')
p+=text3d('A',A)
p+=text3d('B',B)
p+=text3d('C',C)
p+=text3d('D',D)
p+=text3d('E',E)
p+=text3d('F',F)
p.show(axes=False, frame=False, xmin = -1, xmax=2,
ymin=-1,ymax=3,zmin=-1,zmax=4)

'''p = plot(x^2, (-0.5, 1.4)) + line([(0,0), (1,1)],
color='green')
sage: p += line([(0.5, 0.5), (0.5, 0.5^2)], color='purple')
sage: p += point(((0, 0), (0.5, 0.5), (0.5, 0.5^2), (1, 1))),
color='red', pointsize=20)
sage: p += text('A', (-0.05, 0.1), color='red')
sage: p += text('B', (1.01, 1.1), color='red')
sage: p += text('C', (0.48, 0.57), color='red')
sage: p += text('D', (0.53, 0.18), color='red')
sage: p.show(axes=False, xmin=-0.5, xmax=1.4, ymin=0,
ymax=2)'''

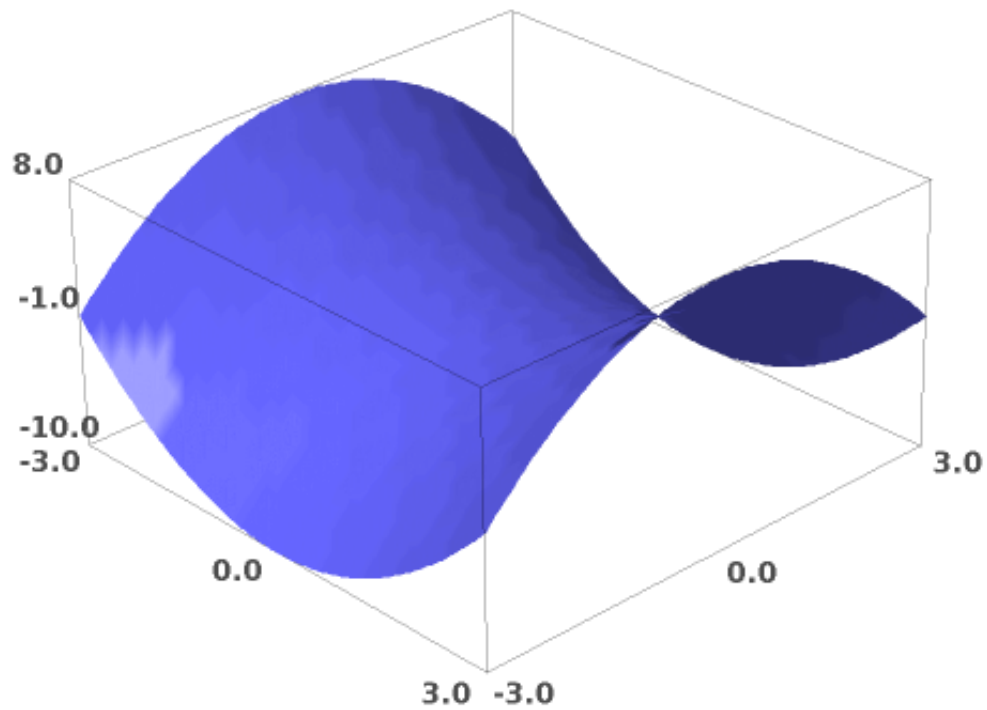
```

[Sleeping...](#)



```
plot3d(lambda x,y: x**2-y**2-1,(x,-3,3),(y,-3,3))
```

[Sleeping...](#)



# Differential- und Integralrechnung