Prof. Dr. Hans-Georg Rück
Dr. E. Nana Chiadjeu

UNIKASSEL VERSITÄT

Analysis für

Übungsblatt 03 — **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** — **06.05.2013**

Aufgabe 1

Man bestimme den Grenzwert der rekursiv definierten Folge:

$$a_{n+1} = p\,a_n + q\,, \quad a_1 = 1\,.$$

Dabei sind $|p| < 1$ und q beliebige reelle Zahlen.

Aufgabe 2

Man zeige:

$$\lim_{n \to \infty} S_n = \frac{3}{4}\,, \quad \text{wobei} \quad S_n = \sum_{\nu=1}^{n} \frac{1}{\nu\,(\nu+2)}$$

Hinweis:

$$\frac{1}{\nu\,(\nu+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu+2}\right)\,.$$

Aufgabe 3

(a) Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$, dass

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\,.$$

(b) Berechnen Sie den Grenzwert der Folge $\left(\frac{\sum_{k=1}^{n} k^2}{n^3}\right)_{n=1}^{\infty}$.

Aufgabe 4

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2\,x - 3$.
Man gebe den Wertebereich von f an. Ist f injektiv? Man suche die größtmögliche Teilmengen $D \subset \mathbb{R}$, sodass die Einschränkung von f auf D injektiv wird und berechne deren Inverse $f^{-1} : f(D) \longrightarrow D$.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Gegeben sei die Funktion $f(x) = 2x$ und die Punkte

$$x_k = \frac{k}{n}, \quad k = 0, 1, \cdots, n.$$

Berechnen Sie die Summe

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} f\left(x_{k-1} + \frac{x_k - x_{k-1}}{4}\right)(x_k - x_{k-1})$$

sowie den Grenzwert von $(S_n)_{n=1}^{\infty}$.

(b) Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = x^2 - 6x + 5\,.$$

Man gebe den Wertebereich von f an. Ist f injektiv? Man suche die größtmögliche Teilmengen $D \subset \mathbb{R}$, sodass die Einschränkung von f auf D injektiv wird und berechne deren inverse $f^{-1} : f(D) \longrightarrow D$.

Abgabetermin: Bis Montag 13.05.2013 um 10:00 Uhr in der Abgabefächer vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen**, **Vornamen**, **Matrikelnummer**, **Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/SS13/Analysis/`