

**Aufgabe 1**

Man gebe den größtmöglichen Definitionsbereich der folgenden Funktionen an

$$f(x) = \frac{x-1}{(x^2-4)(x^2+9)}, \quad g(x) = \frac{\sqrt{-x+2}}{x+4}, \quad h(x) = \ln(-x^2+3x-2),$$

und berechne ihre Ableitungen.

**Aufgabe 2**

Man berechne folgende Grenzwerte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-3}}{x+2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{\sin(bx)}, \quad (a, b \in \mathbb{R}), b \neq 0.$$

**Aufgabe 3**

- (a) Berechnen Sie mit dem Taschenrechner  $\exp(2) = e^2$ .
- (b) Berechnen Sie für verschiedene natürliche Zahlen  $n$  die endliche Summe

$$s(n) = \sum_{k=0}^n \frac{2^k}{k!}.$$

Ab welchem  $n$  gilt  $|e^2 - s(n)| < 0.01$ ?

- (c) Berechnen Sie für verschiedene natürliche Zahlen  $n$  den Folgenwert

$$e(n) = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n.$$

Ab welchem  $n$  gilt  $|e^2 - e(n)| < 0.01$ ?

- (d) Wie würden Sie  $e^2$  ohne Taschenrechner ausrechnen?

**Aufgabe 4**

- (a) Lösen Sie über  $\mathbb{R}$  die Gleichung

$$u^{x-2} = v^{x+3}, \quad (u, v \in \mathbb{R}_{>0})$$

nach  $x$  auf. Bestimmen Sie dann die spezielle Lösung für  $u = 100$  und  $v = 10$ .

- (b) Man löse über  $\mathbb{R}$  die folgende Gleichung

$$\ln(x^2) = \ln^2(x).$$

**Aufgabe 5 (10 Punkte)**

(a) Gegeben sei die Funktion  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$ ,  $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ . Geben Sie den Wertebereich  $f(\mathbb{R}_{\geq 0})$  an. Wie lautet die Umkehrfunktion  $f^{-1} : f(\mathbb{R}_{\geq 0}) \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$ ? Berechnen Sie die Ableitungen von  $f$  und  $f^{-1}$ .

(b) Berechnen Sie

(i) den Grenzwert der Folge

$$u_n = \left(1 + \frac{x^3}{n^4}\right)^{n^4} \cdot e^{\frac{n+xn^2}{n^2}}$$

(ii) den folgenden Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^x}{\sin^2(x)}.$$

(c) Man löse die folgende Gleichungen

$$3e^{2x} - 2e^x = 1, \quad \ln(2x + 1) - 3 = \ln(x + 5).$$

---

**Abgabetermin:** Bis Dienstag 21.05.2013 um 10:00 Uhr in der Abgabefächer vor dem Raum 2303, WA.

**WICHTIG:** Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/SS13/Analysis/>