

### Aufgabe 1

Gegeben sei ein Zylinder mit kreisförmiger Grundfläche. In welchem Verhältnis muss man den Radius der Grundfläche und die Höhe des Zylinders wählen, damit man bei vorgegebenem Volumen eine minimale Oberfläche erhält?

### Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion  $f$  definiert von  $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\} \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 3x + 2}.$$

- (a) Man bestimme die Extremstellen von  $f$ .
- (b) Man bestimme die Monotonieintervalle von  $f$ .

### Aufgabe 3

- (a) An welchen Stellen ist die folgende Funktion differenzierbar:

$$f(x) = |x^2 - 2x|?$$

- (b) Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = x^x, x > 0.$$

Man bestimme die Extremalstellen und den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x).$$

**Aufgabe 4** Gegeben sei die Funktion  $f(x) = 2x$  und die Punkte  $x_k = \frac{k}{n}$ ,  $k = 0, 1, \dots, n$ . In der Aufgabe 5 des Übungsblatts 3 hat man gezeigt, dass

$$S_n = \sum_{k=1}^n f\left(x_{k-1} + \frac{x_k - x_{k-1}}{4}\right) (x_k - x_{k-1}) = \frac{2n-1}{2n}.$$

Berechnen Sie das Integral  $\int_0^1 f(x) dx$  sowie den Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ ,

und sagen Sie warum sie übereinstimmen.

### Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$$

Bestimmen Sie alle Konstanten  $a$  und  $b$  so, dass

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{x + 2} - ax - b = 0$$

ist. Welche Bedeutung hat die Gerade  $y = ax + b$  für die Funktion  $f$ ?

(b) Betrachten Sie für ein Paar reeller Konstanten  $(a, b)$  die Funktion

$$f_{a,b} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f_{a,b}(x) = (x - b)e^{ax}$$

- (i) Berechnen Sie die ersten und zweiten Ableitungen von  $f_{a,b}$ .
- (ii) Wie viele Wendepunkte kann  $f_{a,b}$  höchstens haben? Begründen Sie Ihre Antwort (Wie charakterisiert man einen Wendepunkt?).
- (iii) Finden Sie mindestens ein Paar  $(a, b)$ , so dass die Funktion  $f_{a,b}$  bei  $x = 1$  ein lokales Minimum hat. Erklären Sie Ihr Vorgehen.

---

**Abgabetermin:** Bis Montag 27.05.2013 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

**WICHTIG:** Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/SS13/Analysis/>