

Aufgabe 1

- (a) Man berechne das folgende Integral

$$I_1 = \int_0^1 \frac{\arctan(t)}{1+t^2} dt$$

mit der Substitution $u = \arctan(t)$.

- (b) Man berechne das folgende uneigentliche Integral

$$I_2 = \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx .$$

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(1+x^2)(1-2x)} .$$

- (a) Partialbruchzerlegung:

Man bestimme reelle Zahlen a, b und c , so dass $f(x)$ sich in der Form

$$f(x) = \frac{ax+b}{1+x^2} + \frac{c}{1-2x}$$

schreiben lässt.

- (b) Man gebe eine Stammfunktion $F(x)$ von $f(x)$ an.

Aufgabe 3

- (a) Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{2x^3 + 3}{4-x^2}$$

Man berechne $\int f(x) dx$

- (b) Man berechne

$$F(x) = \int \frac{1}{x^2 + 4x + 5} dx$$

Aufgabe 4

- (a) Berechnen Sie jeweils eine Stammfunktion für

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}, \quad g(x) = \sin(\sqrt{x})$$

(b) Existieren die uneigentliche Integrale

$$\int_0^{\infty} f(x) dx, \quad \int_0^{\infty} g(x) dx?$$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 3)}$$

Man berechne $\int f(x) dx$.

(b) (i) Man berechne mit Partialintegration das unbestimmte Integrale

$$\int \ln(x^2) dx$$

(ii) Man berechne mit der Substitution das bestimmte Integrale

$$\int_{\frac{e}{1-e}}^{\frac{e^2}{1-e^2}} \frac{1}{(1+x)^2} \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)^2 dx$$

(Man kann dafür Teil i) benutzen)