

Aufgabe 1

- (a) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_4(f, x, 0)$ vierten Grades um $x_0 = 0$ von der Funktion

$$f(x) = \ln(x^2 + 1) .$$

durch Bestimmung der Ableitungen.

- (b) Bestimmen Sie die Potenzreihen um $x_0 = 0$ der Funktionen

$$f(x) = \frac{x}{1+x^2} \quad g(x) = \frac{2}{2x^2-3} .$$

(Hinweis: Geometrische Reihe)

Aufgabe 2

- (a) Bestimmen Sie die Potenzreihen um $x_0 = 1$ der Funktion

$$f(x) = \frac{3x}{(x+1)(1-2x)} .$$

(Hinweis: Partialbruchzerlegung und geometrische Reihe)

- (b) Man entwickle die folgende Funktion in eine Taylorreihe um $x_0 = 0$.

$$f(x) = \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} . \quad \text{Hinweis: } e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} .$$

Aufgabe 3

 Bestimmen Sie die Potenzreihen um $x_0 = 0$ der Funktionen

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}, \quad g(x) = \arctan(x) .$$

Aufgabe 4

Man zeige, dass die Reihe

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{1}{(2\nu+1)q^{2\nu}} .$$

für $|q| > 1$ absolut konvergiert

Aufgabe 5 (10 Punkte)

- (a) Man bestimme die Potenzreihe der folgende Funktion

$$h(x) = \ln(5x - 3) \quad \text{um den Entwicklungspunkt } x_0 = 1$$

und leite hieraus das Taylorpolynom vierten Grades her.

(b) Man entwickle die folgende Funktion in eine Taylorreihe um $x_0 = 0$.

$$f(x) = \frac{\cos(x^3) - 1}{x^4}. \quad \text{Hinweis: } \cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}.$$

(c) Man bestimme das Taylorpolynom $T_6(f, x, x_0)$ sechsten Grades von

$$f(x) = \sin(x) \cdot \arctan(x) \quad \text{um } x_0 = 0.$$

Hinweis: Verwenden Sie die Reihenentwicklung geeigneter Teilfunktionen.