Prof. Dr. Hans-Georg Rück
Dr. E. Nana Chiadjeu

Analysis für

UNI KASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 09 | **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** | **17.06.2013**

Aufgabe 1

(a) Man untersuche die Konvergenz der folgenden Reihen:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\nu^2\, 8^\nu}{\nu!}\,, \quad \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\nu\, 7^\nu}{3^{3\,\nu}}\,.$$

(b) Es gilt:

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{1}{\nu^2} = \frac{\pi^2}{6}\,.$$

Welchen Wert ergibt die Summe $1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots$?

Aufgabe 2

Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

$$(a) \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{3k}{k+2}(x-3)^k\,, \qquad (b) \quad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k^k}{k!} x^{2k+1}\,.$$

Aufgabe 3

(a) Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

$$(i) \quad \sum_{n=0}^{\infty} a^{\sqrt{n}} x^{6n},\, a \in \mathbb{R}_{\geq 0}, \qquad (ii) \quad \sum_{k=0}^{\infty} k e^{-k} x^{3k}\,,$$

(b) Konvergiert die folgende Reihe?

$$\sum_{\mu=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\mu^2 - 1}}$$

Aufgabe 4

Man bestimme die ersten vier Glieder der Taylorentwicklung um $x_0 = 0$ der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{\cos(x)}\,.$$

(Hinweis: $f(x)\cos(x) = 1$)

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Gegeben seien die Funktionen

$$f(x) = \sqrt{x+7}, \qquad \text{und} \qquad g(x) = \sin(6x).$$

Benutzen Sie die Taylorreihen

$$\sqrt{1+x} = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\frac{1}{2}}{k} x^k \qquad \text{und} \qquad \sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!} x^{2k+1}$$

um den folgende Grenzwert zu berechnen

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - \sqrt{7}}{g(x)} .$$

(b) Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

$$(i) \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k} x^{5k} , \quad (ii) \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{e^{-4k}}{3^{2k}} (x-2)^k .$$