

Aufgabe 1 (Zur Wiederholung der linearen Algebra)

Berechnen Sie folgende Matrizen

$$D = A \cdot B, \quad 2C + 3D, \quad \vec{u} \cdot \vec{v}^T, \quad \vec{u}^T \cdot \vec{v}$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 6 \\ -3 & 2 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

Man berechne den Grenzwert der Folgen $(a_k)_k$ und $(b_k)_k$ mit

$$a_k = \left(\frac{2k^2 - 3k}{4k^2 - 1}, \sqrt{k + \sqrt{k}} - \sqrt{k} \right),$$

$$b_k = \left(\frac{2}{k-1}, \sqrt[k]{k}, \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k \right).$$

Aufgabe 3

Man gebe die Höhenlinien der folgenden Funktionen an:

$$f(x_1, x_2) = e^{3x_1 - 4x_2}, \quad g(x_1, x_2) = 3x_1^2 + 4x_2^2 + 2, \quad h(x_1, x_2) = 3x_1^2 - 4x_2^2 + 2,$$

Aufgabe 4

(a) Man berechne den Gradienten der Funktion $h(x, y)$ definiert durch

$$h(x, y) = \int_{-xy+1}^{2y-3} e^{-t^2} dt.$$

(b) Gegeben seien die Funktionen

$$(i) \quad f(r, t) = (r^2 t, r e^t), \quad (ii) \quad g(s, u) = \left(\frac{s}{u}, -su \right).$$

Man berechne sowohl direkt als auch mit der Kettenregel die Jacobi-Matrix von $(g \circ f)(r, t)$.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Man gebe die Höhenlinien der folgenden Funktionen an:

$$k(x, y) = -\frac{x}{2} + \sqrt{\frac{x^2}{4} - y}, \quad \frac{x^2}{4} - y \geq 0.$$

(b) Gegeben seien die Funktionen

$$(i) \quad f(r, t) = (\cos^2(r) \sin(t), \cos(r)e^{\sin(t)}), \quad (ii) \quad g(s, u) = \left(\frac{s}{u}, -su\right).$$

Man berechne sowohl direkt als auch mit der Kettenregel die Jacobi-Matrix von $(g \circ f)(r, t)$.

(c) Man berechne den Gradienten der folgenden Funktion

$$f(x, y) = \int_0^y e^{-x^2+s^2} ds$$

(Hinweis: In dem Gradient kann auch das Integralzeichen erscheinen.)

Abgabetermin: Bis Montag 01.07.2013 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Geben Sie auf jedem Blatt Ihren **Namen, Vornamen, Matrikelnummer, Studiengang** sowie Ihre **Gruppennummer** an.