Prof. Dr. Hans-Georg Rück
Dr. E. Nana Chiadjeu

UNIKASSEL VERSITÄT

Analysis für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 12 **08.07.2013**

Aufgabe 1
Gegeben sei die Funktion $f(x,y)$ definiert durch

$$f(x,y) = 2x^2 + y^3 - x^2y - 3y\,.$$

(a) Man berechne die kritischen Punkte sowie die Hesse-Matrix.

(b) Man entscheide für jeden kritischen Punkt, ob eine Minimalstelle, Maximalstelle oder ein Sattelpunkt vorliegt.

Aufgabe 2
Gegeben sei die Funktion $f(x,y)$ definiert durch

$$f(x,y) = xe^{-\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^3 + y}\,.$$

(a) Berechnen Sie die kritischen Punkte sowie die Hesse-Matrix.

(b) Entscheiden Sie für jeden kritischen Punkt, ob eine Minimalstelle, Maximalstelle oder ein Sattelpunkt vorliegt.

Aufgabe 3

(a) Man zeige, dass im Punkt $P = (0,2)$ eine lokale Auflösung $y = g(x)$, $g : D \to \mathbb{R}$, der Gleichung

$$f(x,y) = x^2 - xy + y^2 - 4 = 0$$

existiert.

(b) Man bestimme die Auflösung $y = g(x)$ mit $g(0) = 2$ explizit.

(c) Man gebe den Definitionsbereich D von $g(x)$ sowie die Punkte an, an welchen man $f(x,y)$ nicht nach y auflösen kann.

Aufgabe 4
In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Gleichung

$$e^{x_1}\sin(x_1 + x_2 + y) + x_2 = 0$$

im Punkt $(0,0,0)$ lokal nach y auflösbar ist, dass es also eine Funktion $y = g(x_1,x_2)$ mit

$$e^{x_1}\sin(x_1 + x_2 + g(x_1,x_2)) + x_2 = 0 \quad \text{und} \quad g(0,0) = 0$$

gibt.
Prüfen Sie dies noch einmal nach!
Berechnen Sie den Gradienten von g (in Abhängigkeit von g), ohne dass Sie die genaue Gestalt von g benutzen.