Gleichungen und Ungleichungen, Beweis durch Vollständige Induktion

Dr. E. Nana Chiadjeu

UNIKASSEL VERSITÄT

23. 04. 2014

1. Gleichungen und Ungleichungen

2. Vollständige Induktion

1. Gleichungen und Ungleichungen

2. Vollständige Induktion

Gleichungen und Ungleichungen

Man löse in $\mathbb{R}$

$$\text{(a)} \quad |-3x+4| = 6, \qquad \text{(b)} \quad \frac{(-x+2)}{(3-x)(2x+3)} \leq 0\,.$$

Beweis durch Induktion

Beispiel 1 Man beweise durch vollständige Induktion, dass

$$(1+a)^n \geq 1 + na, \quad a \in \mathbb{R}_{\geq 0} \,.$$

Beweis durch Induktion

Beispiel 2 Man beweise durch vollständige Induktion, dass $7^n - 1$ ist durch 6 teilbar, für alle natürliche Zahl n.

- **Induktionsanfang**
  $n = 1$.
  $7^1 - 1 = 6$ und 6 ist durch 6 teilbar (da es existiert ein $k \in \mathbb{Z}$ sodass $6 = 6k$, hier $k = 1$)
- **Induktionsannhame (Induktionsvoraussetzung)**
  wir nehmen an, dass $7^n - 1$ durch 6 teilbar ist für irgend ein $n \in \mathbb{N}$, d.h es existiert ein $t \in \mathbb{Z}$ sodass $7^n - 1 = 6t$.
- **Induktionsschluss**
  Zu zeigen ist dass, $7^{n+1} - 1$ durch 6 teilbar ist, d.h es existiert ein $t' \in \mathbb{Z}$ sodass $7^{n+1} - 1 = 6t'$

$$
\begin{aligned}
7^{n+1} - 1 &= 7^n.7 - 1 \\
&= (6t+1).7 - 1 \quad \text{Ind.An: } 7^n - 1 = 6t \Longrightarrow 7^n = 6t + 1 \\
&= (42t + 6) \\
&= 6(7t + 1) \\
&= 6t' \quad \text{mit } t' = 7t + 1 \in \mathbb{Z}\,.
\end{aligned}
$$