

**Aufgabe 1**

Man zeige für  $n \in \mathbb{N}$  und  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \geq 0$ , mit dem binomischen Satz:

$$(1 + a)^n \geq 1 + \frac{n(n-1)}{2} a^2.$$

Für  $n \geq 2$  zeige man:

$$(1 + a)^n \geq 1 + \frac{n^2}{4} a^2.$$

**Aufgabe 2**

Man gebe jeweils die ersten vier Folgenglieder an:

$$(a) \quad a_n = \frac{1}{n^2 + 1}, n \geq 0, \quad (b) \quad a_n = (-1)^n n - \frac{2}{n}, n \geq 1,$$

$$(c) \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{2}{n} \right), a_1 = 3, n \geq 1.$$

**Aufgabe 3**

Gegeben sei die Folge definiert durch  $v_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + v_n^2)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

(a)  $v_0 = 0$ .

- (i) Zeigen Sie, dass  $v_n$  durch 1 beschränkt ist.
- (ii) Untersuchen Sie die Monotonie der Folge  $v_n$ .
- (iii) Berechnen Sie den Grenzwert von  $v_n$ .

(b)  $v_0 = 2$ . Konvergiert  $v_n$ ?

**Aufgabe 4**

Man berechne die Grenzwerte der Folgen:

$$(a) \quad u_n = \frac{\sin(n)}{n}, \quad (b) \quad v_n = \frac{n+5}{\sqrt{n^2+2}+3n}.$$

### Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Gegeben sei die Folge  $a_n$  definiert durch  $a_0 = 1, a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$ .

(i) Man zeige durch vollständige Induktion, dass  $a_n$

( $\alpha$ ) streng monoton wachsend ist.

( $\beta$ ) durch 2 beschränkt ist.

(ii) Falls  $a_n$  konvergiert, berechnen Sie den Grenzwert.

(b) Man berechne die Grenzwerte der Folgen:

$$(i) \quad v_n = \frac{5n}{2\sqrt[4]{3n^4 + n + 7}}, \quad (ii) \quad w_n = \frac{-5n + (-1)^n}{2n + 3}.$$

---

**Abgabetermin:** Montag, 05.05.2014 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

**WICHTIG:** Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>

## Hausaufgabe 02

**Nachname:**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Vorname:**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Studiengang:**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Matr.-Nr.:**

--	--	--	--	--	--	--	--

**Gruppe:**

--	--

**Punkte:**

--	--