

Aufgabe 1

Man berechne das Integral

$$\int_{-1}^2 \left(\int_{-1}^1 \left(\int_{-1}^3 (x_1^2 + x_2^2) dx_1 \right) dx_2 \right) dx_3.$$

Aufgabe 2

Man berechne das Integral

$$\int_0^2 \left(\int_{-1}^1 \left(\int_{-1}^3 \frac{x^2 + e^y}{1+z} dx \right) dy \right) dz.$$

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f(x_1, x_2) = \frac{1+x_2}{1-3x_1}$, $x_1 \neq \frac{1}{3}$. Man integriere die Funktion f über den Bereich ($b > 0$):

$$\left\{ (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{3}(1 - e^{x_2}) \leq x_1 \leq 0, 0 \leq x_2 \leq b \right\}.$$

Aufgabe 4

Man berechne das Integral $\int_D (x+y) d(x,y)$. (a) D sei das Dreieck mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(1,1)$, $(0,1)$. (b) $D = \{(x,y) \mid 2 \leq x^2 + y^2 \leq 3, y > 0\}$. (Hinweis: Polarkoordinaten).

Aufgabe 5

Man berechne das Integral:

$$\int_{HK} x_3 d(x_1, x_2, x_3)$$

über die Halbkugel

$$HK = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \leq R, x_3 \geq 0\}.$$