Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Sommersemester 2014
Blatt 02
30.04.2014

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch vollständige Induktion:

a) Für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbf{N}$ ist $3^n - 3$ durch 6 teilbar.

b) Für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbf{N}$ gilt $\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbf{N}$ und $k \in \mathbf{Z}$ gilt $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$.

Aufgabe 3. Wir beweisen durch vollständige Induktion, dass für alle $n \in \mathbf{N}$ die folgende Aussage gilt: Sind n Personen in einem Raum versammelt, so sind entweder alle Personen weiblich oder alle Personen männlich.
Für $n = 1$ ist das offensichtlich richtig, d.h. der Induktionsanfang ist gesichert. Für den Induktionsschluss betrachten wir einen Raum, in dem $n+1$ Personen versammelt sind. Wir schicken eine beliebige Person X hinaus, so dass nur mehr n Personen in dem Raum bleiben, die nach Induktionsannahme entweder alle männlich oder alle weiblich sind. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit betrachten wir den Fall, dass alle Personen weiblich sind. Nun holen wir X wieder herein und schicken eine andere Person Y hinaus. Da nun auch wieder nur mehr n Personen zurück bleiben, erhalten wir aus der Induktionsannahme, dass wieder entweder alle weiblich oder alle männlich sein müssen. Insbesondere hat also X das selbe Geschlecht wie die im Raum verbliebenen Personen, ist also auch weiblich. Insgesamt sind also alle $n + 1$ Personen in dem Raum weiblich.
Wo ist der Haken?

Aufgabe 4. Entscheiden Sie von den folgenden Abbildungen jeweils, ob sie injektiv bzw. surjektiv sind:

a) $f_1 : \{0, 1, 2, 3\} \to \{0, 1, 2\}$ definiert durch:

x	0	1	2	3
$f_1(x)$	2	1	1	0

b) $f_2 : \{0, 1, 2, 3\} \to \{0, 1, 2, 3, 4\}$ definiert durch:

x	0	1	2	3
$f_2(x)$	0	1	4	2

c) $f_3 : \{x \in \mathbf{R} : x \geq 0\} \to \{x \in \mathbf{R} : x \geq 0\},\ x \mapsto x^4$

d) $f_4 : \mathbf{N} \to \mathbf{N},\ x \mapsto x^4$

Abgabe: Die Lösungen müssen spätestens bis Mittwoch, den 07.05.2014, um 08:15 Uhr in den Kasten vor Raum 2303 eingeworfen werden.