Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Sommersemester 2014
Blatt 06
28.05.2014

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. 10 schwarze Stühle stehen in einem Kreis auf nummerierten Positionen. Wie viele Möglichkeiten gibt es zwei der schwarzen Stühle durch weiße Stühle so zu ersetzen, dass keine zwei weißen Stühle nebeneinander stehen?

Aufgabe 2. Es wird mit einem Würfel zwei mal nacheinander gewürfelt. Ergebnisraum ist die Menge $\Omega = \{1, 2, \cdots, 6\}^2$. Sei P die Gleichverteilung auf Ω.
Berechnen Sie für $s \in \mathbf{N}$ die Wahrscheinlichkeit $P(X_s)$ des Ereignisses $X_s := \{(i, j) \in \Omega \ : \ i \cdot j = s\}$ (Produkt der Augenzahlen ist s).

Aufgabe 3. An einer Schule werden insgesamt 1500 Schüler unterrichtet. Jeder hat an einem der 365 (das Jahr ist also kein Schaltjahr) Tage des Jahres Geburtstag. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an jedem Tag des Jahres mindestens ein Schüler der Schule Geburtstag hat. (Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Anzahl der surjektiven Abbildungen $\{1, \cdots, 1500\} \to \{1, \cdots, 365\}$. Ihr Endergebnis darf Stirlingzahlen enthalten, die nicht explizit ausgerechnet werden müssen.)

Aufgabe 4. Es wird mit drei Würfeln gleichzeitig gewürfelt. Sei π die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nach dem Wurf alle drei Würfel Augenzahl sechs zeigen (Sechser-Pasch). Entscheiden Sie mit Begründung, ob die folgende Berechnung von π korrekt ist oder nicht:
Wir notieren das Ergebnis des Wurfes als $(x_1, x_2, \cdots, x_6)$, wobei x_i die Anzahl der Würfel ist, die Augenzahl i zeigen. Ergebnisraum ist also $\Omega = \{x \in \mathbf{N}^6 : x_1 + x_2 + \cdots + x_6 = 3\}$. Offensichtlich sollte man hier mit der Gleichverteilung P auf Ω arbeiten. Es gilt $|\Omega| = 8 \cdot 7 = 56$. Das uns interessierende Ereignis "Sechser-Pasch" ist $S = \{(0, 0, 0, 0, 0, 3)\}$. Also gilt $\pi = P(S) = \frac{|S|}{|\Omega|} = \frac{1}{56}$.

Abgabe: Die Lösungen müssen spätestens bis Mittwoch, den 04.06.2014, um 08:15 Uhr in den Kasten vor Raum 2303 eingeworfen werden.