Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Sommersemester 2014
Blatt 07
04.06.2014

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Für $U \subset \mathbf{N}_0$ setzen wir $P(U) := \sum\limits_{k \in U} \frac{1}{2^{k+1}}$. Beweisen Sie, dass P ein Wahrscheinlichkeitsmaß auf $\mathbf{N}_0$ ist. (Hinweis: Denken Sie an die geometrische Reihe (vgl. Analysis).)

Aufgabe 2. Auf einer Prüfstation werden Bauteile getestet. Man weiß, dass 2% aller erzeugten Bauteile einen Fehler haben. Beim Prüfen wird bei 95% der defekten Teile der Fehler festgestellt, aber auch 1% der fehlerfreien Bauteile (fälschlicherweise) als defekt eingestuft. Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass ein nicht nicht als defekt eingestuftes Bauteil wirklich fehlerfrei ist.

Aufgabe 3. (Das Monty-Hall-Problem) In einer amerikanischen Fernsehshow wird folgendes Spiel angeboten: Kandidat und Showmaster stehen auf einer Bühne. In der Rückwand sind drei Türen eingelassen. Hinter zwei der Türen steht eine Ziege und hinter einer Türe der Hauptgewinn. Der Kandidat wählt zunächst eine der Türen aus. Diese wird (etwa durch das Einschalten einer Lampe oberhalb der Türe) markiert aber nicht geöffnet. Der Showmaster, der die Position der Ziegen kennt, öffnet nun eine der nicht markierten Türen, hinter der eine Ziege steht. (Dies ist immer möglich.) Danach wird der Kandidat gefragt, ob er bei seiner ursprünglichen Wahl bleiben möchte, oder ob er zu der anderen noch verschlossenen Türe wechseln will. Seine jetzige Entscheidung zählt - ist der Hauptgewinn hinter der im 2. Versuch gewählten Türe, so bekommt er ihn, andernfalls geht er leer aus. Es stellt sich die Frage, wie sich der Kandidat verhalten sollte.

a) Nehmen wir an, der Kandidat legt von vorne herein fest, dass er im 2. Schritt bei seiner ursprünglichen Wahl bleibt. Was ist seine Gewinnwahrscheinlichkeit bei dieser Strategie?

b) Nehmen wir an, der Kandidat legt von vorne herein fest, dass er im 2. Schritt die Türe wechselt. Was ist seine Gewinnwahrscheinlichkeit bei dieser Strategie?

Aufgabe 4. Bei dem Spiel Kniffel wird mit fünf Würfeln gleichzeitig gewürfelt.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, in *einem* solchen Wurf einen Kniffel (d.h. alle Würfel zeigen die gleiche Zahl) zu erzielen.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, in *einem* solchen Wurf das Ergebnis "Full House" (d.h. drei Würfel zeigen eine Zahl und die anderen zwei Würfel eine andere Zahl) zu erhalten.

Abgabe: Die Lösungen müssen spätestens bis Mittwoch, den 11.06.2014, um 08:15 Uhr in den Kasten vor Raum 2303 eingeworfen werden.