UNIVERSITÄT KASSEL
FACHBEREICH 10/16
Peter Dräxler

Sommersemester 2014
Blatt 11
02.07.2014

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Aufgaben 2) und 3) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Wir betrachten die durch

$$x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2} \qquad x_0 = 5, x_1 = 12$$

rekursiv definierte Folge $(x_n)_{n\geq 0}$. Finden Sie eine rekursionsfreie Darstellung von $(x_n)_{n\geq 0}$.

Aufgabe 2. Wir betrachten die durch

$$x_n = 8x_{n-1} - 17x_{n-2} + 10x_{n-3} \qquad x_0 = 4, x_1 = 9, x_2 = 31$$

rekursiv definierte Folge $(x_n)_{n\geq 0}$. Finden Sie eine rekursionsfreie Darstellung von $(x_n)_{n\geq 0}$.

Aufgabe 3. Wir betrachten die durch

$$x_n = 4x_{n-1} - 5x_{n-2} + 2x_{n-3} \qquad x_0 = 2, x_1 = 4, x_2 = 7$$

rekursiv definierte Folge $(x_n)_{n\geq 0}$. Finden Sie eine rekursionsfreie Darstellung von $(x_n)_{n\geq 0}$.

Aufgabe 4. Ein Versuch mit Ereignisraum $\{0, 1\}$ und Trefferwahrscheinlichkeit p werde unabhängig wiederholt. Sei X_i das Ergebnis des i-ten Versuches. Dann sind also $X_1, X_2, X_3, \ldots$ unabhängige Zufallsvariable, für die $P(X_i = 1) = p$ gilt.

a) Sei $W := min\{k \in \mathbf{N}_0 : X_{k+1} = X_{k+2} = X_{k+3} = 1\}$ die Wartezeit auf das erste Erscheinen einer Abfolge von drei sukzessiven Treffern. Berechnen Sie $P(W = 0)$, $P(W = 1)$ und $P(W = 7)$.

b) Sei $S := min\{k \in \mathbf{N}_0 : X_{k+1} = X_{k+2}\}$ die Wartezeit auf die erste Abfolge von zwei gleichen Versuchsergebnissen. Entwickeln Sie eine Formel für $P(S = r)$ (in Abhängigkeit r und p) und berechnen Sie $\mathbb{E}(S)$ (in Abhängigkeit von p).

Abgabe: Die Lösungen müssen spätestens bis Mittwoch, den 09.07.2014, um 08:15 Uhr in den Kasten vor Raum 2303 eingeworfen werden.