

Organisatorische Fragen, Summenzeichen und Vollständige Induktion

Dr. A. Lakhali

U N I K A S S E L
V E R S I T Ä T

15. 04. 2015

1 Organisatorische Fragen

2 Summenzeichen

3 Vollständige Induktion

1 Organisatorische Fragen

2 Summenzeichen

3 Vollständige Induktion

1 Organisatorische Fragen

2 Summenzeichen

3 Vollständige Induktion

Organisatorische Fragen

- ① Vorstellung der Homepage [Mathematik an der Wilhelmshöhe Allee](#)
- ② [Lernzentrum](#) : **Beginn 20.04.2015**
Mo-Do 16 - 18 Uhr und **Fr 14 - 16 Uhr**
- ③ [Übungsbetrieb](#): **Beginn 20.04.2015**
- ④ Wo und wann gebe ich die Hausaufgaben ab?
In der Abgabefächer vor dem Raum 2303, im Laufe der Woche bis Montag um 10:00 Uhr.
- ⑤ Anmeldung zur Vorlesung: **Moodle Seiten**
 - (i) [Analysis für Etch, Mech und Wilng SS 2015](#) → Pwd: [Gradient](#).
 - (ii) [Analysis für Informatiker SS 2015](#) → Pwd: [Ableitung](#).

Beginn der Anmeldung: Mi, 15.04.2015 um 17:45 Uhr.
Ende der Anmeldung: Mo, 20.04.2015 um 12:45 Uhr.

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen (\sum)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + n$
- $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots$
- $V_n = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2n$
- $V = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + \dots$
- $S_{nt} = 1 + t + t^2 + t^3 + \dots + t^n$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen (Σ)

$$\Sigma$$

- a) Laufvariable k, t, l, \dots
b) Anfangswert: 0, 1, 6, beliebig.

$$\sum_{k=0}, \quad \sum_{t=1}, \quad \sum_{l=6},$$

- c) Endwert. n, ∞, \dots

$$\sum_{k=0}^n, \quad \sum_{t=-3}^{\infty}, \quad \sum_{l=6}^T,$$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen (Σ)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + n = \sum_{k=1}^n$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen (Σ)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k$

Darstellung eines Ausdrucks mit Summenzeichen (\sum)

- $S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \sum_{r=1}^n r$
- $S = 1 + 5 + 9 + 13 + \dots = \sum_{t=0}^{\infty} (4t + 1)$
- $\sum_{t=0}^{25} \frac{2^t}{(t+1)!} = \frac{2^0}{(0+1)!} + \frac{2^1}{(1+1)!} + \frac{2^2}{(2+1)!} + \dots + \frac{2^{25}}{(25+1)!}$

Unterteilung einer Summe

- $$S_n = \sum_{t=1}^n \frac{t^2}{t^3+1} = \sum_{t=1}^6 \frac{t^2}{t^3+1} + \sum_{t=7}^{75} \frac{t^2}{t^3+1} + \sum_{t=76}^n \frac{t^2}{t^3+1} \quad (n \geq 100)$$

- $$S_n = \sum_{t=t_0}^n f(t) = \sum_{t=t_0}^r f(t) + \sum_{t=r+1}^n f(t) \quad (n \geq r)$$

Vollständige Induktion

Satz: Beweis durch vollständige Induktion

Der Beweis der Gültigkeit einer Aussage $A(n)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ wird durch vollständige Induktion in drei Schritten durchgeführt.

- 1 Man zeigt, dass $A(1)$ gilt, (Induktionsanfang)
- 2 Man nimmt an, dass $A(n)$ für irgend ein n gilt, (Induktionsannahme).
- 3 Man zeigt: Aus der Annahme $A(n)$ ist richtig, folgt $A(n + 1)$ ist richtig (Induktionsschluss).

Vollständige Induktion

Beispiel: $A(n) : \sum_{t=1}^n (2t - 1) = n^2 \therefore$

(i) Induktionsanfang: $n = 1$.

$$\sum_{t=1}^1 (2t - 1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1. \quad 1^2 = 1 \implies A(1).$$

(ii) Induktionsannahme: Wir nehmen an, dass $\sum_{t=1}^n (2t - 1) = n^2$

(ii) Induktionschluß: Zu zeigen ist dass, $\sum_{t=1}^{n+1} (2t - 1) = (n + 1)^2$

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^{n+1} (2t - 1) &= \sum_{t=1}^n (2t - 1) + (2(n + 1) - 1) \\ &= n^2 + 2n + 2 - 1 \\ &= n^2 + 2n + 1 \\ &= (n + 1)^2 \end{aligned}$$