

Aufgabe 1

(a) Man zeige für $1 \leq k \leq n \in \mathbb{N}$:

$$k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}.$$

(b) Unter Verwendung von (a) zeige man für $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n 2^{n-1}.$$

Aufgabe 2

Man gebe jeweils die ersten vier Folgenglieder an:

$$(a) \quad a_n = \frac{1}{n^2 + 1}, n \geq 0, \quad (b) \quad a_n = (-1)^n n - \frac{2}{n}, n \geq 1,$$

$$(c) \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{2}{n} \right), a_1 = 3, n \geq 1.$$

Aufgabe 3

Gegeben sei die Folge definiert durch $v_{n+1} = \frac{1}{2}(1 + v_n^2)$, $n \in \mathbb{N}$.

(a) $v_0 = 0$.

- (i) Zeigen Sie, dass v_n durch 1 beschränkt ist.
- (ii) Untersuchen Sie die Monotonie der Folge v_n .
- (iii) Berechnen Sie den Grenzwert von v_n .

(b) $v_0 = 2$. Konvergiert v_n ?

Aufgabe 4

Man berechne die Grenzwerte der folgenden Folgen und entscheide über ihre Konvergenz:

$$(a) \quad u_n = \frac{\sin(n)}{n}, \quad (b) \quad v_n = \frac{n+5}{\sqrt{n^2+2}+3n}.$$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(1) Gegeben sei die Folge a_n definiert durch $a_0 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$.

(a) Man zeige durch vollständige Induktion, dass a_n

(i) streng monoton wachsend ist.

(ii) durch 2 beschränkt ist.

(b) Falls a_n konvergiert, berechnen Sie den Grenzwert.

(2) Man berechne die Grenzwerte der folgenden Folgen und entscheide über ihre Konvergenz:

$$(a) \quad v_n = \frac{5n}{2\sqrt[4]{3n^4 + n + 7}}, \quad (b) \quad w_n = \frac{-5n + (-1)^n}{2n + 3}.$$

Hausaufgabe 02

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--