Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

**Übungsblatt 8** | **Analysis für Elektrotechniker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** | **08.06.2015**

### Aufgabe 1

Man zeige, dass folgende Reihe für $|q| > 1$ absolut konvergiert:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)\, q^{2k}} \, .$$

Man benutze sowohl das Majorantenkriterium als auch das Quotientenkriterium.

### Aufgabe 2

Man prüfe, ob folgende Reihen konvergieren:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^k}{k!} \, , \qquad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{q^k} \, , \quad q \neq 0 \, , \qquad \sum_{k=2}^{\infty} (-1)^k \frac{2^k}{(\ln(k))^{2k}} \, .$$

### Aufgabe 3

Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{3k}{k+2} (x-3)^k \, , \qquad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k^k}{k!} x^{2k+1} \, .$$

### Aufgabe 4

(a) Man entwickle die Funktion $f(x) = \arctan(x)$ in eine Potenzreihe um $x_0 = 0$ und gebe den Konvergenzradius an. (Hinweis: $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.)

(b) Man bestimme das Taylorpolynom sechsten Grades der Funktion

$$h(x) = \sin(x) \cdot \arctan(x) \quad \text{wobei} \quad \sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \, .$$

### Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Man untersuche die Konvergenz folgender Reihen:

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2\, 8^k}{k!} \, , \quad \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k 7^k}{3^{3k}} \, .$$

(b) Man bestimme den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k} x^{3k} \, , \qquad \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{e^{-4k}}{3^{2k}} (x-2)^k \, .$$

(c) Man entwickle die Funktion $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$ in eine Potenzreihe um $x_0 = 0$ und gebe den Konvergenzradius an. (Hinweis: $(\frac{1}{1-x})' = f(x)$)

---

**Abgabetermin:** bis 15.06.2015 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
**WICHTIG:** Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html`

# Hausaufgabe 08

| | |
|---|---|
| **Nachname:** | |
| **Vorname:** | |
| **Studiengang:** | |
| **Matr.-Nr.:** | |
| **Gruppe:** | |
| **Punkte:** | |