

Aufgabe 1

- (a) Man berechne den Gradienten folgender Funktionen:

$$f(x, y) = x^2 + y \ln(z) - xye^x \text{ für } z > 0, \quad g(x, y) = \int_{-xy+1}^{2y-3} e^{-t^2} dt.$$

- (b) Gegeben sei folgende Funktionen

$$f(r, t) = (r^2t, re^t), \quad g(s, u) = \left(\frac{s}{u}, -su\right).$$

Man berechne die Jacobi-Matrix von $(g \circ f)(r, t)$.

Aufgabe 2

- (a) **(Kugelkoordinaten)**

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$f(r, \varphi, \theta) = (r \cos(\varphi) \sin(\theta), r \sin(\varphi) \sin(\theta), r \cos(\theta)),$$

Man berechne die Jacobi-Matrix von $f(r, \varphi, \theta)$.

- (b) Gegeben sei die Funktion $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z$. Man berechne die Richtungsableitung von f im Punkt $P = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$ in Richtung des Vektors $\vec{e} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$.
In welche Richtung muss man ableiten, damit die Richtungsableitung minimal wird?

Aufgabe 3

Gegeben sei die Funktion $f(x, y)$ definiert durch

$$f(x, y) = (x + y)e^{x^2 - y^2} \quad \text{und der Punkt} \quad P = (0, 1).$$

Man berechne die Tangentialebene des Graphen von f im Punkt P .

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- (a) **(Zylinderkoordinaten)**

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definiert durch

$$f(r, \varphi, z) = (r \cos(\varphi), r \sin(\varphi), z).$$

Man bestimme die Jacobi-Matrix von $f(r, \varphi, z)$.

- (b) Gegeben sei die Funktion $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$g(x_1, x_2) = (x_1 - x_2) \ln(x_1 + x_2).$$

Man berechne die Richtungsableitung von $g(x_1, x_2)$ im Punkt $P = (-1, 3)$ in Richtung des Einheitsvektors

$$\vec{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}, \quad e_1, e_2 \in \mathbb{R}.$$

- (c) Gegeben sei die Funktion $f(x, y) = (x + 2y) \ln(x^2 + y^2)$ und der Punkt $P = (0, 1)$. Man berechne die Tangentialebene des Graphen von f im Punkt P .

Abgabetermin: bis 22.06.2015 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>

