Prof. Dr. Wolfram Koepf
Dr. Anen Lakhal

UNI KASSEL VERSITÄT

Analysis für Elektrotechniker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 12 **06.07.2015**

Aufgabe 1

Man integriere die Funktion

$$f(x,y) = x^2 + xy$$

über den Bereich

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1,\ x+1 \leq y \leq 2\}$$

und vertausche die Integrationsreihenfolge.

Aufgabe 2

Man berechne das Volumen des folgenden Teilgebiets $D \in \mathbb{R}^3$

$$D = \{(x,y,z) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{x-1}{2}, \sin(y) \leq z \leq y(y+1)\}$$

Aufgabe 3

Die Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = 8$ und das Paraboloid $4z = x^2 + y^2 + 4$ schließen im Halbraum $z \geq 1$ einen Körper K ein. Man berechne sein Volumen $\mathrm{Vol}(K)$ mithilfe der Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 4

Sei K ein gerader Kreiskegel mit der Spitze im Punkt $(0,0,H)$, $H > 0$ und der z-Achse als Mittelachse. Der Radius des Grundkreises in der $x-y$-Ebene sei R. Mit der Substitutionsregel und Zylinderkoordinaten berechne man das Integral

$$\int_K (x^2 + y^2 + z^2)\, d(x,y,z).$$

Aufgabe 5

Mit der Substitutionsregel und Kugelkoordinaten berechne man das Integral

$$\int_{HK} z\, d(x,y,z)$$

über den Halbkugel $HK = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$.