

### Aufgabe 1

Ermitteln Sie die Höhenlinien der folgenden Funktionen

$$(a) f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 4x + 40y, \quad (b) g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, g(x, y) = e^{2x^2+2y^2}.$$

### Aufgabe 2

(a) Man berechne den Gradienten folgender Funktionen:

$$f(x, y) = x^2 + y \ln(z) - xye^x \text{ für } z > 0, \quad g(x, y) = \int_{-xy+1}^{2y-3} e^{-t^2} dt.$$

(b) **(Kugelkoordinaten)** Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ ,

$$f(r, \varphi, \theta) = (r \cos(\varphi) \sin(\theta), r \sin(\varphi) \sin(\theta), r \cos(\theta)),$$

Man berechne die Jacobi-Matrix von  $f(r, \varphi, \theta)$ .

(c) Gegeben seien folgende Funktionen  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(r, t) = (r^2 t, r e^t), \quad g(s, u) = \left(\frac{s}{u}, -su\right).$$

Man berechne die Jacobi-Matrix von  $(g \circ f)(r, t)$ .

### Aufgabe 3

(a) Sei  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + z$  Man berechne die Richtungsableitung von  $f$  im Punkt  $P = (a, b, c) \in \mathbb{R}^3$  in Richtung des Vektors  $\vec{e} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$   
In welche Richtung muss man ableiten, damit die Richtungsableitung minimal wird?

(b) Sei  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) = (x+y)e^{x^2-y^2}$  und der Punkt  $P = (0, 1)$ . Man berechne die Tangentialebene des Graphen von  $f$  im Punkt  $P$ .

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

(1) Gegeben sei die Funktion  $f(x, y) = xe^{\frac{y}{x}}$ .

(a) Berechnen Sie alle partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung.

(b) Ermitteln Sie im Punkt  $P = (2, 2)$  die Richtungsableitung in Richtung des vectors  $\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$ .

(c) Man berechne die Tangentialebene des Graphen von  $f$  im Punkt  $(2, 0)$ .

(2) **(Zylinderkoordinaten)**

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definiert durch

$$f(r, \varphi, z) = (r \cos(\varphi), r \sin(\varphi), z).$$

Man bestimme die Jacobi-Matrix von  $f(r, \varphi, z)$ .

---

**Abgabetermin:** bis 20.06.2016 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

**WICHTIG:** Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>

## Hausaufgabe 09

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--