

Aufgabe 1

Sei $B \subset \mathbb{R}^2$ die Raute mit den Eckpunkten $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 0)$, $(0, -1)$. Berechnen Sie das Integral

$$\int_B (x + y) d(x, y)$$

unter Verwendung der Transformationsformel mit Drehmatrix.

Aufgabe 2

- (a) Gegeben sei ein Vektorfeld $V(x, y, z) = (2y, x^2, -3z)$. Berechnen Sie das Kurvenintegral von V über die im \mathbb{R}^3 durch

$$\gamma : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto (t, 1 + 2t^3, t^2)$$

dargestellte Kurve K .

- (b) Bestimmen Sie die Länge der im \mathbb{R}^3 durch

$$\gamma : \left[\pi, \frac{5}{2}\pi\right] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto (5 \cos(t), 5 \sin(t), 4t)$$

dargestellten Kurve K .

Aufgabe 3

Untersuchen Sie die Existenz eines Potentials für folgende Vektorfelder

$$\begin{aligned} V_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad V_1(x, y) &= (2xy, x^2 + 3y^2), \\ V_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad V_2(x, y) &= (x + y, e^{x+y}). \end{aligned}$$