

Übungsblatt 10

Abgabe bis 22.06.2016, 8:00
in Kasten vor Raum 2303

Hausaufgaben

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Auf $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ betrachten wir das Wahrscheinlichkeitsmaß P mit $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = \frac{1}{8}$ und $P(5) = P(6) = \frac{1}{4}$. (Man kann sich dabei das Würfeln mit einem *unfairen* Würfel vorstellen.) Sei $A = \{1, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{1, 2, 5\}$.

Untersuchen Sie die folgenden Familien auf Unabhängigkeit: (A, B) , (B, C) und (A, B, C) .

Aufgabe 2 (1+3 Punkte)

Ein Versuch mit Ergebnisraum $\{0, 1\}$ und Trefferwahrscheinlichkeit p wird 20 mal unabhängig wiederholt. Sei $\Omega = \{0, 1\}^{20}$ der Ergebnisraum des gesamten Experiments und P das entsprechende Produktmaß auf Ω .

- Was ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau 11 Treffer passieren?
- Sei A das Ereignis, dass ≥ 11 Treffer passieren und vor dem 11. Treffer genau 6 Nieten kommen. Berechnen Sie $P(A)$.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Ein mit den Zahlen 1 bis 8 beschrifteter Oktaeder wird n -mal geworfen. Ergebnisraum ist $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}^n$ mit $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = \frac{1}{6}$ und $P(5) = P(6) = P(7) = P(8) = \frac{1}{12}$.

- Berechnen Sie im Fall $n = 2$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(P)$ der Zufallsvariable $X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(i, j) \mapsto ij$, welche das Produkt der in den beiden Würfeln erzielten Ergebnisse angibt.
- Berechnen Sie im Fall $n = 10$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(S)$ der Zufallsvariable

$$Y : \Omega \rightarrow \mathbb{N}_0, (i_1, \dots, i_{10}) \mapsto i_1 + i_2 + \dots + i_{10},$$

welche die Summe der erzielten Ergebnisse angibt.

Präsenzaufgaben

Aufgabe 4

Besprechen Sie Aufgabe 2 von Übungsblatt 9.

Aufgabe 5

In einer Warenprobe von insgesamt N Stücken befinden sich m fehlerhafte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufälligen Auswahl von n Stücken die Anzahl der fehlerhaften höchstens k ist?

Aufgabe 6

In einer Urne befinden sich M weiße und N schwarze Kugeln, $M \geq 1$. Zwei Spieler ziehen nacheinander eine Kugel mit Zurücklegen. Gewonnen hat derjenige, der zuerst eine weiße Kugel zieht. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Spieler gewinnt, der die erste Kugel zieht?

Aufgabe 7

Ein mit den Zahlen 0, 1, 2, 3 beschrifteter Tetraeder wird n -mal geworfen. Ergebnisraum ist $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}^n$ mit der Gleichverteilung P .

- Berechnen Sie im Fall $n = 2$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(P)$ der Zufallsvariable $X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}_0$, $(i, j) \mapsto ij$, welche das Produkt der in den beiden Würfeln erzielten Ergebnisse angibt.
- Berechnen Sie im Fall $n = 30$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(S)$ der Zufallsvariable

$$Y : \Omega \rightarrow \mathbb{N}_0, (i_1, \dots, i_{30}) \mapsto i_1 + i_2 + \dots + i_{30},$$

welche die Summe der erzielten Ergebnisse angibt.