

### Aufgabe 1

- (a) Berechnen Sie für  $q = 3, n = 4$  die Werte  $(q - 1) \sum_{k=0}^n q^k$  und  $q^{n+1} - 1$ .
- (b) Berechnen Sie die Summe  $\frac{3}{2} + \frac{3^2}{20} + \dots + \frac{3^5}{20.000}$ .
- (c) Berechnen Sie die Summe  $\sum_{k=5}^{10} \frac{1}{2^k}$ .

### Aufgabe 2

- (a) Zeigen Sie für  $1 \leq k \leq n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$ :

$$k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}.$$

- (b) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}_{\geq 0}$  gilt:

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n.$$

- (c) Zeigen Sie unter Verwendung von (a) und (b) für  $n \in \mathbb{N}_{\geq 0}$ :

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n 2^{n-1}.$$

### Aufgabe 3

- (a) Stellen Sie die folgenden Funktionen graphisch dar:

$$(i) f(x) = |x - 1|, \quad (ii) g(x) = -x^2 + 4x - 3.$$

- (b) Welche reellen Zahlen  $x$  erfüllen die Ungleichung  $|x - 1| \leq -x^2 + 4x - 3$ ?

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die Summe  $\sum_{k=2}^8 \left(\frac{3}{5}\right)^k$ .

- (b) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}_{\geq 1}$  gilt:

$$\sum_{k=1}^n (k+1) \binom{n}{k} = 2^{n-1} \cdot (n+2) - 1.$$

- (c) Lösen Sie das folgende Problem graphisch und analytisch (das heißt durch Rechnung):  
Welche reellen Zahlen  $x$  erfüllen die Ungleichung  $|x^2 - 2x + 1| \leq |2x - 2|$ ?

---

**Abgabetermin:** Montag, 08.05.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

**WICHTIG:** Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese zusammen mit dem folgenden Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>.

