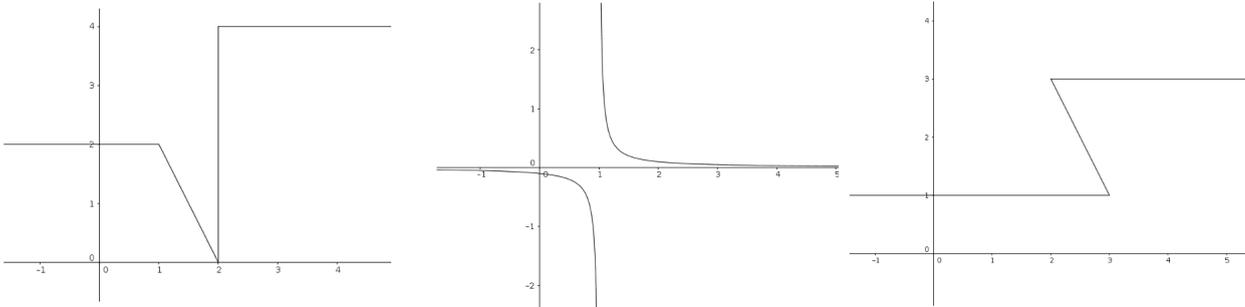


Aufgabe 1

(a) In welchen Intervallen stellen die folgenden Abbildungen Funktionsgraphen dar?

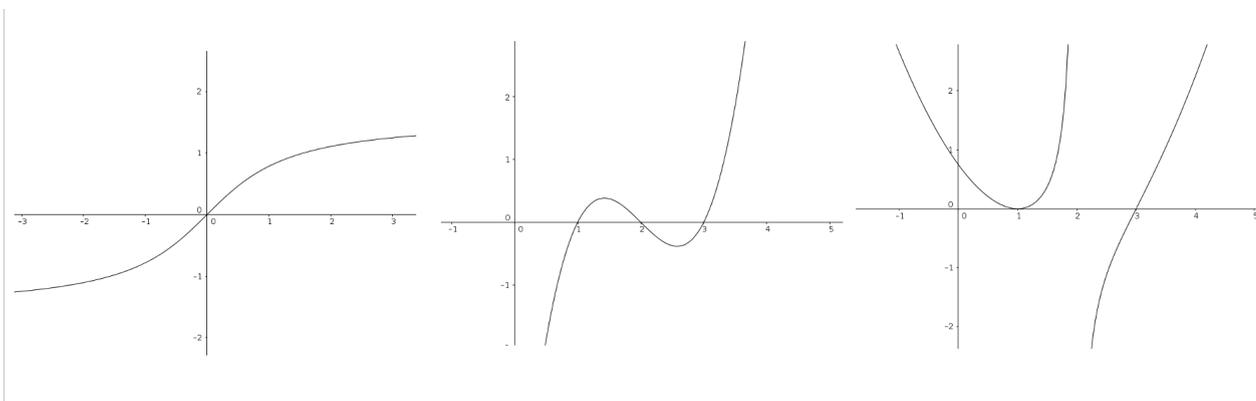


(b) Welche der folgenden Vorschriften definiert eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$?

$$(i) f(x) = \begin{cases} -1 & \text{für } x \leq 1 \\ -x & \text{für } -1 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{für } x \geq -1 \end{cases} \quad (ii) f(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \leq 0 \\ -x^2 & \text{für } x \geq 0 \end{cases} \quad (iii) f(x) = \frac{1}{x}$$

Aufgabe 2

(a) Geben Sie geeignete Definitionsbereiche der abgebildeten Funktionen an. In welchen Intervallen sind sie monoton? Charakterisieren Sie jeweils die Art der Monotonie.



(b) Bestimmen Sie die Arten der Monotonie (auf geeignet gewählten Intervallen) der folgenden Funktionen. Weisen Sie diese Monotonien auch rechnerisch jeweils nach!

$$(i) f(x) = x^2 + 2x + 2 \quad (ii) f(x) = x^3 \quad (iii) f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

(c) Welche der Funktionen aus (a) und (b) sind injektiv, welche surjektiv? Begründen Sie Ihre Antworten. Geben Sie für jede Funktion jeweils möglichst große Intervalle an, auf denen diese injektiv ist.

Aufgabe 3

Beweisen Sie anhand der Definition, dass der Wert 2 der Grenzwert der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n = 2 - \frac{1}{n}$ ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktionsvorschrift $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{für } x \leq -1 \\ 1 & \text{für } -1 < x < 1 \\ -x^2 + 2x & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$

- Ist dies eine gültige Funktionsvorschrift einer Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$?
- Untersuchen Sie die Monotonie von f in den Intervallen $I_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$ und $I_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$.
- Untersuchen Sie, ob $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ auf dem ganzen Definitionsbereich injektiv oder surjektiv ist. Welche Aussagen gelten hier jeweils, falls man f auf die Intervalle aus (b) einschränkt, das heißt den Definitionsbereich $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ von f durch die Intervalle I_1 bzw. I_2 ersetzt?

Abgabetermin: Dienstag, 16.05.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese zusammen mit dem folgenden Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>.

Hausaufgabe 03

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--