

Aufgabe 1

- (a) Gegeben sei $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 3 - 2x\}$.

Berechnen Sie das Integral $\int_D (2x - y) d(x, y)$ und vertauschen Sie im Anschluss die Integrationsreihenfolge.

- (b) Sei $D \subset [0, 1]^2$ der Bereich, der durch die Kurven $y = x^2$ und $x = y^2$ begrenzt ist.

Berechnen Sie das Integral $\int_D xy d(x, y)$.

Aufgabe 2

Gegeben sei der Kreiskegel $K \subset \mathbb{R}^3$ mit der Spitze im Punkt $(0, 0, H)$ in der Höhe $H > 0$, mit der z -Achse als Mittelachse und mit dem Grundkreis vom Radius R in der $x - y$ -Ebene.

Transformieren Sie K in Zylinderkoordinaten (r, φ, z) durch die folgende Koordinatentransformation:

$$g : \mathbb{R}_{>=0} \times [0, 2\pi) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, (r, \varphi, z) \mapsto (r \cos(\varphi), r \sin(\varphi), z)$$

und berechnen Sie mithilfe der Transformationsformel das Integral $\int_K (x^2 + y^2 + z^2) d(x, y, z)$.

Aufgabe 3

- (a) Bestimmen Sie die Länge der Kurve $K \subset \mathbb{R}^3$, die dargestellt wird durch

$$\gamma : [\pi, 5\pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto (3 \cos(t), 3 \sin(t), 2t).$$

- (b) Gegeben sei das Vektorfeld $V(x, y, z) = (x^2, 2y, -3z)$. Berechnen Sie das Kurvenintegral von V entlang der Kurve $K \subset \mathbb{R}^3$, die dargestellt wird durch

$$\gamma : [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto (t, 1 + 2t^2, t^3).$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

- (a) Berechnen Sie das Volumen des Teilgebiets $D \subset \mathbb{R}^3$, gegeben durch

$$D = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{1-x}{2}, \sin(y) \leq z \leq y(y+1) \right\}.$$

- (b) Sei $Q \subset \mathbb{R}^2$ das Quadrat mit den Eckpunkten $(1, 0), (0, 1), (-1, 0), (0, -1)$.

Transformieren Sie Q durch eine geeignete Drehmatrix in ein achsenparalleles Quadrat und berechnen Sie mithilfe der Transformationsformel das Integral $\int_Q (x + y) d(x, y)$.

- (c) Gegeben sei das Vektorfeld $V(x, y, z) = (-x, 2y, -2z)$. Berechnen Sie das Kurvenintegral von V entlang der Kurve $K \subset \mathbb{R}^3$, die dargestellt wird durch

$$\gamma : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto (1 + e^{2t}, t^2 - 2t, t).$$

Abgabetermin: Dienstag, 18.07.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese zusammen mit dem folgenden Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>.

Hausaufgabe 12

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--