

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2011

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. An einer Schule werden insgesamt 1000 Schüler unterrichtet. Jeder hat an einem der¹ 365 Tage des Jahres Geburtstag. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß an jedem Tag des Jahres mindestens ein Schüler der Schule Geburtstag hat. (Hinweis: Berechnen Sie zunächst die Anzahl der surjektiven Abbildungen $\{1, \dots, 1000\} \rightarrow \{1, \dots, 365\}$. Ihr Endergebnis darf Stirlingzahlen enthalten, die nicht explizit ausgerechnet werden müssen.)

Aufgabe 2. Es wird mit einem Würfel zwei mal nacheinander gewürfelt. Ergebnisraum ist die Menge $\Omega = \{1, 2, \dots, 6\}^2$. Sei P die Gleichverteilung auf Ω . Sei X die Zufallsvariable "Summe der beiden Augenzahlen", also $X(i, j) = i + j$. Finden und beweisen Sie eine explizite Formel, mit der man $P(X = k)$ für jedes $k \in \{2, \dots, 12\}$ berechnen kann.

Aufgabe 3. Auf einer Ausstellung befinden sich 12 Gemälde. Zwei davon sind Fälschungen, 10 sind Originale. Ein Kunde taucht zusammen mit einem Experten auf, der bei Vorlage eines Gemäldes eine Einschätzung abgeben kann, ob es eine Fälschung ist oder nicht. Dieser Experte beurteilt ein ihm vorgelegtes Gemälde mit Wahrscheinlichkeit 0.9 richtig (unabhängig davon, ob man ihm ein Original oder eine Fälschung vorlegt).

- a) Der Kunde wählt zufällig ein Bild und befragt den Experten. Hält der Experte es für ein Original, so wird es von dem Kunden gekauft. Sonst wählt der Kunde zufällig ein anderes Bild und kauft dieses, ohne den Experten noch einmal zu befragen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Kunde mit einem Original nach Hause geht.
- b) Sei A das Ereignis, daß der Experte das im ersten Schritt gewählte Bild für eine Fälschung hält. Sei B das Ereignis, daß das im ersten Schritt gewählte Bild ein Original ist. Berechnen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(A|B)$ und $P(B|A)$.

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 01.06.2011 in der Vorlesung *spätestens bis 08:15 Uhr* abgegeben werden.

¹Wir ignorieren den Effekt von Schaltjahren.