UNIVERSITÄT KASSEL
FACHBEREICH 10/16
DR. SEBASTIAN PETERSEN

Blatt 08
01.06.2011

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2011

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Auf einer Prüfstation werden Bauteile getestet. Man weiß, daß 2% aller erzeugten Bauteile einen Fehler haben. Beim Prüfen wird bei 95% der defekten Teile der Fehler festgestellt, aber auch 1% der fehlerfreien Bauteile aussortiert. Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß ein nicht aussortiertes Bauteil wirklich fehlerfrei ist.

Zur Erinnerung: Sei (Ω, P) *ein Wahrscheinlichkeitsraum und* $A, B, C \subset \Omega$. *Die Familie* (A, B, C) *ist unabhängig, wenn* $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, $P(A \cap C) = P(A)P(C)$, $P(B \cap C) = P(B)P(C)$ *und* $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$ *gilt.*

Aufgabe 2. Eine Münze wird drei mal geworfen. Wir betrachten den Ergebnisraum $\Omega := \{K, Z\}^3$ mit der Gleichverteilung P. Sei A das Ereignis, daß mindestens zwei mal Kopf kommt. Sei B das Ereignis, daß beim ersten Wurf Kopf kommt. Sei $C = \{(x_1, x_2, x_3) \in \Omega \mid x_2 = x_3\}$ das Ereignis, daß beim zweiten und dritten Wurf die gleiche Seite der Münze oben liegt.

a) Berechnen Sie $P(A \cap B \cap C)$ und $P(A)P(B)P(C)$.

b) Ist die Familie (A, B, C) von Ereignissen unabhängig? (Geben Sie eine klare Begründung für Ihre Aussage!)

Aufgabe 3. Auf $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ betrachten wir das Wahrscheinlichkeitsmaß P mit $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = \frac{1}{8}$ und $P(5) = P(6) = \frac{1}{4}$. (Man kann sich das Würfeln mit einem *unfairen* Würfel vorstellen.) Sei $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{5, 6\}$, C=$\{3, 4, 5\}$. Untersuchen Sie (mit Begründung) die folgenden Familien auf Unabhängigkeit: (A, B), (A, C), (B, C) und (A, B, C).

Aufgabe 4. Ein Versuch mit Ergebnisraum $\{0, 1\}$ (0 bedeutet Niete, 1 Treffer) wird n mal unabhängig wiederholt. Die Trefferwahrscheinlichkeit im Einzelversuch sei $p \in]0, 1[$. Sei $\Omega = \{0, 1\}^n$ der Ergebnisraum des gesamten Experiments und P das entsprechende Produktmaß auf Ω. Seien r, k Zahlen mit $r + k \leq n$. Sei A das Ereignis, daß $\geq r$ Treffer passieren, und vor dem r-ten Treffer genau k Nieten kommen. Was ist die Wahrscheinlichkeit $P(A)$?

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 08.06.2011 in der Vorlesung *spätestens bis 08:15 Uhr* abgegeben werden.