

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2011

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Bei dem Glücksspiel “Chuck a luck” setzt der Spieler seinen Einsatz auf eine der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Dann wird mit drei Würfeln gewürfelt. Erscheint die vom Spieler gewählte Zahl einmal, zweimal oder dreimal, so bekommt er seinen Einsatz doppelt, dreifach oder vierfach zurück. Wenn die vom Spieler gewählte Zahl nicht erscheint, dann verliert er seinen Einsatz. Berechnen Sie den Erwartungswert für die den Gewinn des Spielers beschreibende Zufallsvariable.

Aufgabe 2. Aus einer Urne mit 4 schwarzen und 6 roten Kugeln wird zwei mal ohne Zurücklegen eine Kugel gezogen. Für $i = 0, 1$ sei $X_i : \Omega \rightarrow \{0, 1\}$ die Zufallsvariable, welche die Anzahl der schwarzen Kugeln im i -ten Zug angibt. (Es gilt also $P(X_1 = 1) = \frac{4}{10}$, $P(X_2 = 1|X_1 = 1) = \frac{3}{9}$ und $P(X_2 = 1|X_1 = 0) = \frac{4}{9}$.) Berechnen Sie die Erwartungswerte $\mathbb{E}(X_1)$, $\mathbb{E}(X_2)$ und $\mathbb{E}(X_1X_2)$ sowie die Varianzen $\mathbb{V}(X_1)$, $\mathbb{V}(X_2)$ und $\mathbb{V}(X_1X_2)$.

Aufgabe 3. Sei (Ω, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}$ eine Zufallsvariable. Beweisen Sie: $\mathbb{E}(X) = \sum_{i=1}^{\infty} P(X \geq i)$.

Aufgabe 4. Es wird mit zwei Würfeln gewürfelt. Ergebnisraum ist $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}^2$ mit der Gleichverteilung P . Sei

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}, (i, j) \mapsto ij$$

die Zufallsvariable “Produkt der Augenzahlen”. Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X .

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 15.06.2011 in der Vorlesung *spätestens bis 08:15 Uhr* abgegeben werden.