Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Dr. Sebastian Petersen

Blatt 04
02.05.2011

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2012

Aufgabe 2b) und 4a) sind relevant für den Scheinerwerb.
Berichtigte / ergänzte Version vom 03.05.2012

Aufgabe 1. Seien X und Y Mengen. Seien $f : X \to Y$ und $g : Y \to X$ Abbildungen. Man beweise oder widerlege:

a) Wenn $g \circ f = Id_X$ gilt, dann ist f injektiv und g surjektiv.

b) Wenn $g \circ f = Id_X$ gilt, dann ist f surjektiv.

c) Wenn $g \circ f = Id_X$ gilt, dann ist g injektiv.

Aufgabe 2. Wir betrachten Permutationen der Menge $X = \{1, 2, \cdots, 9\}$.

a) Ergänze:

$$(135) \circ (12) \circ (4567) \circ (679) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ & & & & & & & & \end{pmatrix}$$

b) Schreiben Sie die folgende Permutation von X als ein Produkt von disjunkten Zyklen:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 5 & 7 & 1 & 4 & 8 & 9 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.

a) Die erste Reihe eines Kinos hat 20 Plätze. Wie viele mögliche Sitzordnungen gibt es, wenn die erste Reihe mit 20 verschiedenen Personen besetzt wird.

b) Die erste Reihe eines Kinos hat 20 Plätze. Wie viele mögliche Sitzordnungen gibt es, wenn die erste Reihe mit nur 15 verschiedenen Personen besetzt wird. (5 Plätze bleiben also frei, es ist aber nicht festgelegt, welche Plätze frei bleiben.)

c) Bei dem Spiel Kniffel wird mit 5 Würfeln gleichzeitig in einem Wurf gewürfelt. Wie viele verschiedene Ergebnisse sind bei einem solchen Wurf möglich?

Aufgabe 4. 10 völlig gleichartige Murmeln sollen auf 3 Boxen (Box A, Box B und Box C) verteilt werden.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn jede Box bis zu 10 Kugeln fassen kann?

b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn jede Box bis zu 10 Kugeln fassen kann und keine Box frei bleiben soll?

c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn Box A nur bis zu 5 Kugeln fassen kann, die Boxen B und C aber beliebige Kapazität haben?

Bitte wenden

Hinweis zu Aufgabe 4. Sie dürfen bei der Bearbeitung dieser Aufgabe folgendes ohne Beweis benutzen: *Sei*

$$\Omega := \{(k_1, \cdots, k_s) \in \mathbb{N}^s : k_1 + k_2 + \cdots + k_s = n\}$$

Dann gilt $|\Omega| = \begin{pmatrix} n+s-1 \\ s-1 \end{pmatrix}$. (Diese Aussage wird in der nächsten Vorlesung bewiesen. Ich hatte eigentlich gedacht, ich käme am 02.05. schon so weit.)

Allgemeiner Hinweis: Bitte begründen Sie alle Aussagen, die Sie treffen, auch bei den Abzählaufgaben. (Es reicht definitiv nicht, nur das Endergebnis anzugeben.)

Abgabe: Die Lösungen müssen am Mittwoch den 09.05.2012 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.