

## Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Sommersemester 2011

*Aufgaben 2) und 3) sind relevant für den Scheinerwerb.*

**Aufgabe 1.** Bei dem Spiel Kniffel wird mit fünf Würfeln gleichzeitig gewürfelt.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, in *einem* solchen Wurf einen Kniffel (d.h. alle Würfel zeigen die gleiche Zahl) zu erzielen.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, in *einem* solchen Wurf das Ergebnis “Full House” (d.h. drei Würfel zeigen eine Zahl und die anderen zwei Würfel eine andere Zahl) zu erhalten.

(Hinweis: Denken Sie an Blatt 7, Aufgabe 3.)

**Aufgabe 2.** Ein mit den Ziffern 0, 1, 2 und 3 beschrifteter Tetraeder wird zwei mal nacheinander geworfen. Ergebnisraum ist also  $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}^2$  mit der Gleichverteilung  $P$ . Wir betrachten die Zufallsvariable “Produkt der Augenzahlen”

$$X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}, (i, j) \mapsto ij.$$

Berechnen Sie  $P_X(a) = P(X = a)$  für alle  $a$ .

**Aufgabe 3.** Auf einer Prüfstation werden Bauteile getestet. Man weiß, daß 2% aller erzeugten Bauteile einen Fehler haben. Beim Prüfen wird bei 95% der defekten Teile der Fehler festgestellt, aber auch 1% der fehlerfreien Bauteile aussortiert. Zeichnen Sie einen entsprechenden Wahrscheinlichkeitsbaum und berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeit, daß ein nicht aussortiertes Bauteil wirklich fehlerfrei ist.

**Aufgabe 4.** Auf einer Ausstellung befinden sich 12 Gemälde. Zwei davon sind Fälschungen, 10 sind Originale. Ein Kunde taucht zusammen mit einem Experten auf, der bei Vorlage eines Gemäldes eine Einschätzung abgeben kann, ob es eine Fälschung ist oder nicht. Dieser Experte beurteilt ein ihm vorgelegtes Gemälde mit Wahrscheinlichkeit 0.9 richtig (unabhängig davon, ob man ihm ein Original oder eine Fälschung vorlegt).

- Der Kunde wählt zufällig ein Bild und befragt den Experten. Hält der Experte es für ein Original, so wird es von dem Kunden gekauft. Sonst wählt der Kunde zufällig ein anderes Bild und kauft dieses, ohne den Experten noch einmal zu befragen. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der Kunde mit einem Original nach Hause geht.
- Sei  $A$  das Ereignis, daß der Experte das im ersten Schritt gewählte Bild für eine Fälschung hält. Sei  $B$  das Ereignis, daß das im ersten Schritt gewählte Bild ein Original ist. Berechnen Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten  $P(A|B)$  und  $P(B|A)$ .

**Abgabe:** Die Lösungen müssen am Mittwoch den 06.06.2011 spätestens bis 08:15 Uhr abgegeben werden.