Prof. Dr. Walter Strampp
Dr. E. Nana Chiadjeu

Analysis für

UNI KASSEL VERSITÄT

Übungsblatt 10 **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **23.06.2014**

Aufgabe 1
Berechnen Sie folgende Matrizen

$$D = A \cdot B, \quad 2C + 3D, \quad \vec{u}\,\vec{v}^T, \quad \vec{u}^T\vec{v}$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 3 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 6 \\ -3 & 2 \\ -9 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2

(a) Man berechne den Gradienten der Funktion $h(x,y)$ definiert durch

$$h(x,y) = \int_{-xy+1}^{2y-3} e^{-t^2}\,dt\,.$$

(b) Gegeben seien die Funktionen

$$(i) \quad f(r,t) = (r^2t, re^t)\,, \quad (ii) \quad g(s,u) = (\frac{s}{u}, -su)\,.$$

Man berechne sowohl direkt als auch mit der Kettenregel die Jacobi-Matrix von $(g \circ f)(r,t)$.

Aufgabe 3

(a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$,

$$f(r,\varphi,\theta) = (r\cos(\varphi)\sin(\theta), r\sin(\varphi)\sin(\theta), r\cos(\theta))\,,$$

Man berechne die Jacobi-Matrix von $f(r,\varphi,\theta)$.

(b) Gegeben sei die Funktion $f(x_1,x_2) = (x_1x_2)^{\frac{3}{2}}$. Man berechne die Richtungsableitung von $f(x_1,x_2)$ im Punkt $P = (a,b)$, $a,b \in \mathbb{R}$ in Richtung des Vektors $\vec{e} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$.

Aufgabe 4
Gegeben sei die Funktion $f(x,y)$ definiert durch

$$f(x,y) = (x+y)e^{x^2-y^2} \qquad \text{und der Punkt} \qquad P = (0,1).$$

Man berechne die Tangentialebene im Punkt P.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$.

$$f(r, \varphi, z) = (r\cos(\varphi), r\sin(\varphi), z) \ .$$

Man bestimme die Jacobi-Matrix von $f(r, \varphi, z)$.

(b) Gegeben sei die Funktion $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)\ln(x_1 + x_2)$. Man berechne die Richtungsableitung von $f(x_1, x_2)$ im Punkt $P = (-1, 3)$ in Richtung des Einheitsvektors $\overrightarrow{e} = \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix}$, $e_1, e_2 \in \mathbb{R}$.

(c) Gegeben sei die Funktion definiert durch

$$f(x, y) = (x + 2y)\ln(x^2 + y^2) \qquad \text{und der Punkt} \qquad P = (0, 1).$$

Man berechne die Tangentialebene im Punkt P.

Abgabetermin: Montag, 30.06.2014 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html`

Hausaufgabe 10

Nachname:

Vorname:

Studiengang:

Matr.-Nr.:

Gruppe:

Punkte: