Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Peter Dräxler

Sommersemester 2015
Blatt 02
29.04.2015

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen durch vollständige Induktion:

a) Für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbf{N}$ ist $3^n - 3$ durch 6 teilbar.

b) Für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbf{N}$ gilt $\sum\limits_{j=1}^{n} j = \frac{n(n+1)}{2}$.

c) Für alle natürlichen Zahlen $n \in \mathbf{N}$ gilt $\sum\limits_{j=1}^{n} j^2 = \frac{1}{6}(2n+1)(n+1)n$.

Aufgabe 2. Entscheiden Sie von den folgenden Abbildungen f_i jeweils, ob sie injektiv bzw. surjektiv sind:

a) $f_1 : \{0, 1, 2, 3\} \to \{0, 1, 2, 3, 4\}$ definiert durch die Wertetabelle:

x	0	1	2	3
$f_1(x)$	2	4	1	0

b) $f_2 : \{0, 1, 2, 3\} \to \{0, 1, 2, 3\}$ definiert durch die Wertetabelle:

x	0	1	2	3
$f_2(x)$	1	0	3	2

c) $f_3 : \mathbf{R} \to \{x \in \mathbf{R} : x \geq 0\},\ x \mapsto x^2$

d) $f_4 : \mathbf{N} \to \mathbf{N},\ x \mapsto x^3$

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass jede nicht leere Teilmenge T der Menge $\mathbf{N}$ der natürlichen Zahlen ein kleinstes Element besitzt.
Betrachten Sie dazu eine Menge $T \subseteq \mathbf{N}$ ohne kleinstes Element und zeigen Sie, dass $T = \emptyset$ sein muss, indem Sie die Menge $E := \{x \in \mathbf{N} \mid \forall t \in T \text{ gilt } x \leq t\}$ mit dem Induktionsaxiom untersuchen.

Abgabe: Die Lösungen müssen spätestens bis Mittwoch, den 06.05.2014, um 08:15 Uhr in den Kasten vor Raum 2303 eingeworfen werden.