

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

Aufgaben 1) und 2) sind relevant für den Scheinerwerb.

Aufgabe 1. Ein mit den Zahlen 0, 1, 2, 3 beschrifteter Tetraeder wird n -mal geworfen. Ergebnisraum ist $\Omega = \{0, 1, 2, 3\}^n$ mit der Gleichverteilung P .

- Berechnen Sie im Fall $n = 2$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(P)$ der Zufallsvariable $X : \Omega \rightarrow \mathbf{N}$, $(i, j) \mapsto ij$, welche das Produkt der in den beiden Würfeln erzielten Ergebnisse angibt.
- Berechnen Sie im Fall $n = 50$ den Erwartungswert $\mathbb{E}(S)$ der Zufallsvariable $Y : \Omega \rightarrow \mathbf{N}$, $(i_1, \dots, i_{50}) \mapsto i_1 + i_2 + \dots + i_{50}$, welche die Summe der erzielten Ergebnisse angibt.

Aufgabe 2. Ihnen wird das folgende Glücksspiel vorgeschlagen: Sie würfeln mit einem Würfel und Ihr Mitspieler würfelt mit einem Würfel. Wenn die Summe der beiden Augenzahlen ungerade ist, dann bekommt Ihr Mitspieler von Ihnen diese Summe. Wenn dagegen die Summe der beiden Augenzahlen gerade ist, dann bekommen Sie von Ihrem Mitspieler diese Summe. Die Zufallsvariable G sei Ihr Gewinn in diesem Spiel. (Dieser Gewinn ist im ersten Fall negativ und im zweiten Fall positiv.) Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}(G)$ und die Varianz $\mathbb{V}(G)$.

Aufgabe 3. Nach einem Fest torkeln n Studierende in die Betten ihres großen Schlafsaals. Obwohl jedem Studierenden bereits ein Bett zugewiesen wurde, legt sich jeder völlig willkürlich in irgendein Bett. Wir denken uns die Studierenden und die Betten nummeriert, so dass wir die Situation als Wahrscheinlichkeitsraum mit der Menge $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}^{n, \neq}$ als Ereignisraum und der Gleichverteilung als Wahrscheinlichkeitsmaß beschreiben können.

Für $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ und $\omega \in \Omega$ definieren wir durch $X_i(\omega) := \begin{cases} 1 & \text{falls } \omega_i = i \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ eine Zufallsvariable X_i , die misst, ob der i -te Studierende im richtigen Bett liegt. Somit ist $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ die Anzahl der Studierenden, die im richtigen Bett liegen.

Berechnen Sie den Erwartungswert $\mathbb{E}(Y)$ der Zufallsvariablen Y .

Abgabe: Die Lösungen müssen spätestens bis Mittwoch, den 01.07.2015, um 08:15 Uhr in den Kasten vor Raum 2303 eingeworfen werden.