Dr. habil. Sebastian Petersen
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Analysis für

Übungsblatt 2 **Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **25.04.2016**

Aufgabe 1

(a) Man zeige für $1 \leq k \leq n \in \mathbb{N}$:

$$k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}.$$

(b) Unter Verwendung von (a) zeige man für $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} = n\, 2^{n-1}.$$

Aufgabe 2

Man gebe jeweils die ersten vier Folgenglieder an:

$$(a) \quad a_n = \frac{1}{n^2+1}\,, n \geq 0\,, \quad (b) \quad a_n = (-1)^n\, n - \frac{2}{n}\,, n \geq 1\,,$$

$$(c) \quad a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{2}{n}\right)\,, a_1 = 3\,, n \geq 1\,.$$

Aufgabe 3

Man berechne die Grenzwerte der folgenden Folgen und entscheide über ihre Konvergenz:

$$\text{(a)} \quad u_n = \frac{4n^4+n^3+n^2}{2n^2+n} - 2n^2 - 1, \quad \text{(b)} \quad v_n = \frac{\sin(n)}{n}, \quad \text{(c)} \quad w_n = \frac{n+5}{\sqrt{n^2+2}+3n}\,.$$

Aufgabe 4

Gegeben sei die Folge definiert durch $v_{n+1} = \frac{1}{2}(1+v_n^2)$, $n \in \mathbb{N}$.

(a) $v_0 = 0$.

(i) Zeigen Sie, dass v_n durch 1 beschränkt ist.

(ii) Untersuchen Sie die Monotonie der Folge v_n.

(iii) Berechnen Sie den Grenzwert von v_n.

(b) $v_0 = 2$. Konvergiert v_n?

Aufgabe 5 (10 Punkte)

(1) Gegeben sei die Folge a_n definiert durch $a_0 = 1$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$.

(a) Man zeige durch vollständige Induktion, dass a_n

(i) streng monoton wachsend ist.

(ii) durch 2 beschränkt ist.

(b) Falls a_n konvergiert, berechnen Sie den Grenzwert.

(2) Man berechne die Grenzwerte der folgenden Folgen und entscheide über ihre Konvergenz:

$$\text{(a)} \quad v_n = \frac{5n}{2\sqrt[4]{3n^4 + n} + 7}, \quad \text{(b)} \quad w_n = \frac{-5n + (-1)^n}{2n+3}\ .$$

Abgabetermin: Bis Montag, 02.05.2016 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.
WICHTIG: Aufgabe 5 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese – Verwenden Sie bitte bei der Abgabe das folgende Deckblatt. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html`

Hausaufgabe 02

Nachname:														
Vorname:														
Studiengang:														
Matr.-Nr.:														
Gruppe:														
Punkte:														