Dr. habil. Sebastian Petersen
Dr. Anen Lakhal

UNIKASSEL VERSITÄT

Analysis für Elektrotechniker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

Übungsblatt 12 **04.07.2016**

Aufgabe 1
Berechnen Sie das Volumen des folgenden Teilgebiets $D \in \mathbb{R}^3$

$$D = \{(x, y, z) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \frac{1-x}{2}, \sin(y) \leq z \leq y(y+1)\}.$$

Aufgabe 2
Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\mathcal{K}_{r_1,r_2}} (x^2 + y^2)\, d(x, y)$$

über den Kreisring $\mathcal{K}_{r_1,r_2} \in \mathbb{R}^2$, der durch folgende Ungleichungen beschrieben wird:

$$r_1 \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq r_2, \quad 0 < r_1 < r_2.$$

Aufgabe 3
Sei K ein gerader Kreiskegel mit der Spitze im Punkt $(0, 0, H)$, $H > 0$ und der z-Achse als Mittelachse. Der Radius des Grundkreises in der $x-y$-Ebene sei R. Mit der Substitutionsregel und Zylinderkoordinaten berechne man das Integral

$$\int_K (x^2 + y^2 + z^2)\, d(x, y, z).$$

Aufgabe 4
Bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\int_K \frac{xyz}{x^2 + y^2}\, d(x, y, z),$$

wobei K die folgende Achtelkugel um den Ursprung mit Radius $R = 3$ sei:

$$K := \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, x, y, z \geq 0\}.$$