Universität Kassel
Fachbereich 10/16
Prof. A. Bley

Übungen zur Vorlesung Diskrete Strukturen I

SoSe 2016

Übungsblatt 8

Abgabe bis 08.06.2016, 8:00
in Kasten vor Raum 2303

Hausaufgaben

Aufgabe 1 (2 Punkte)
Eine Multiple-Choice-Klausur bestehe aus 15 Fragen. Bei jeder Frage muss genau eine von drei Antworten angekreuzt werden. Die Klausur gilt als bestanden, wenn man bei 10 der 15 Fragen die richtige Antwort angekreuzt hat. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, durch bloßes Raten (d.h. durch rein zufälliges Ankreuzen je einer Antwort) die Klausur zu bestehen.

Aufgabe 2 (3 Punkte)
An einer Schule werden insgesamt 2000 Schüler unterrichtet. Jeder hat an einem der 365 (das Jahr ist also kein Schaltjahr) Tage des Jahres Geburtstag. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass an jedem Tag des Jahres mindestens ein Schüler der Schule Geburtstag hat.
Tipp: Sie können das Problem als Frage nach einer Anzahl von surjektiven Abbildungen von einer Menge in eine andere formulieren und dann die Sätze aus der Vorlesung über die Anzahl von surjektiven Abbildungen zwischen Mengen benutzen. Das Endergebnis darf Stirling-Zahlen enthalten, die nicht explizit bestimmt werden müssen.

Aufgabe 3 (3+2 Punkte)
Es wird mit einem Würfel n-fach hintereinander gewürfelt. Ergebnisraum ist die Menge $\Omega = \{1, 2, \cdots, 6\}^n$. Sei P die Gleichverteilung auf Ω.

a) Der Würfel wird zweimal geworfen. Berechnen Sie für $s \in \mathbb{N}$ die Wahrscheinlichkeit $P(X_s)$ des Ereignisses $X_s := \{(i, j) \in \Omega \ : \ i \cdot j = s\}$ (Produkt der Augenzahlen ist s).

b) Der Würfel wird dreimal geworfen. Was ist wahrscheinlicher für die Summe der Augenzahlen, 9 oder 10?

Präsenzaufgaben

Aufgabe 4
Diskutieren Sie die Lösung der Hausaufgabe 1 von Übungsblatt 7.

Aufgabe 5
Bei dem Spiel Kniffel wird mit fünf Würfeln gleichzeitig gewürfelt.

a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, in *einem* solchen Wurf einen Kniffel (d.h. alle Würfel zeigen die gleiche Zahl) zu erzielen.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, in *einem* solchen Wurf das Ergebnis "Full House" (d.h. drei Würfel zeigen eine Zahl und die anderen zwei Würfel eine andere Zahl, also Zweierpasch plus Dreierpasch) zu erhalten.

Aufgabe 6 (Monty-Hall-Problem)
In einer amerikanischen Fernsehshow wird folgendes Spiel angeboten: Kandidat und Showmaster stehen auf einer Bühne. In der Rückwand sind drei Türen eingelassen. Hinter zwei der Türen steht eine Ziege und hinter einer der Hauptgewinn. Der Kandidat wählt zunächst eine der Türen aus. Diese wird markiert, aber nicht geöffnet. Der Showmaster, der die Position der Ziegen kennt, öffnet nun eine der nicht markierten Türen, hinter der eine Ziege steht. Danach wird der Kandidat gefragt, ob er bei seiner ursprünglichen Wahl bleiben möchte oder ob er zu der anderen noch verschlossenen Türe wechseln will. Seine jetzige Entscheidung zählt - ist der Hauptgewinn hinter der im 2. Versuch gewählten Türe, so bekommt er ihn, andernfalls geht er leer aus. Welche Strategie liefert die höchste Wahrscheinlichkeit, den Hauptgewinn zu erhalten?