

Aufgabe 1

Welche der folgenden Reihen konvergieren? Berechnen Sie für diese jeweils den Grenzwert.

$$(i) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+2)} \quad (ii) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k^2 - 1}{k^2 + k + 1} \quad (iii) \sum_{k=2}^{\infty} \frac{3^{k-1}}{5^k}$$

Hinweis zu (i): $\frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$

Aufgabe 2

Finden Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die jeweils die folgenden Gleichungen erfüllen.

$$(i) e^{2x} + 4e^x - 5 = 0 \quad (ii) e^{x^2-x+2} - 1 = 0 \quad (iii) \ln(x^2) = (\ln(x))^2$$

Aufgabe 3

(a) Welche der folgenden Funktionen ist stetig?

$$(i) f(x) = \begin{cases} \frac{x+|x|}{2x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} \quad (ii) f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & \text{für } x < 1 \\ 2 - x & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$

(b) Welche der folgenden Funktionen lässt sich zu einer stetigen Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = f(x)$ für $x \in D$ fortsetzen? Falls ja, ist diese Fortsetzung eindeutig?

$$(i) f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ \frac{x^2+x}{x} & \text{für } x > 0 \end{cases}, D = \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (ii) f(x) = \begin{cases} -x + 1 & \text{für } -1 < x < 0 \\ \frac{x^2-1}{x-1} & \text{für } x > 0, x \neq 1 \end{cases}, D = \mathbb{R}_{>-1} \setminus \{0, 1\}$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(a) Zeigen Sie die Konvergenz und berechnen Sie den Grenzwert der Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{k^2 + k} + \frac{7^k}{2^{3k+2}} \right)$.

(b) Zeigen Sie, dass für $a > 0$ die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto a^x$ stetig ist.

(c) Lässt sich die folgende Funktion $f : D = \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ zu einer stetigen Funktion $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = f(x)$ für $x \in D$ fortsetzen? Falls ja, ist diese Fortsetzung eindeutig?

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4+3x^3+2x^2}{x^2+x} & \text{für } x < 0, x \neq -1 \\ \frac{x^4-3x^3+3x^2}{x} & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

Abgabetermin: Dienstag, 30.05.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese zusammen mit dem folgenden Deckblatt. Weitere Informationen auf <http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html>.

Hausaufgabe 05

Nachname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--

Gruppe:

--	--

Punkte:

--	--