Prof. Dr. Werner Seiler
Dominik Wulf

UNIKASSEL VERSITÄT

# Analysis für Elektrotechniker/Informatiker Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure

**Übungsblatt 6** **29.05.2017**

**Hinweis für alle Aufgaben:**
Aus der Vorlesung sind die folgenden Grenzwerte bekannt (schauen Sie nach, wie diese berechnet wurden):

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1, \qquad \lim_{x\to 0} x\ln(x) = 0, \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{\ln(x)}{x} = 0 \qquad \text{und} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^x} = 0.$$

## Aufgabe 1

Geben Sie für die folgenden Funktionen jeweils den maximalen Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ an und berechnen Sie die Ableitung der Funktionen für alle $x \in D$. Schreiben Sie jeweils dazu, welche Ableitungsregeln Sie verwenden.

$$(i) \quad f(x) = \frac{x^3+2x+1}{5x+1} \qquad (ii) \quad f(x) = e^{x^2-1}\cdot\ln\left(\frac{1}{x}\right) \qquad (iii) \quad f(x) = \frac{\sin(x^2+2x+1)}{\cos(x-1)}$$

## Aufgabe 2

Gegeben sei ein reeller Parameter $a > 0$ und die Funktion gegeben durch

$$f_a : \mathbb{R}_{>a} \to \mathbb{R}, \; x \mapsto (x^2 - a^2)\ln(x-a) - ax$$

(i) Untersuchen Sie $f_a$ auf Monotonie und das asymptotische Verhalten von $f_a(x)$ für $x \to a$ und $x \to \infty$.

(ii) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von $f_a$ und geben Sie jeweils an, ob es sich um ein lokales Maximum oder Minimum handelt.

(iii) Stellen Sie fest, ob $f_a$ ein globales Maximum oder globales Minimum besitzt.

## Aufgabe 3

Gegeben seien die folgenden Funktionen

$$f: \; (-\pi,\pi) \to \mathbb{R}, \; x \mapsto (x^2-9)\tan(x/2), \qquad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \; x \mapsto 3x.$$

Zeigen Sie, dass für die Gleichung $f(x) = g(x)$ mindestens eine Lösung im Intervall $(3,\pi)$ existiert.

## Aufgabe 4 (10 Punkte)

(a) Geben Sie für die folgenden Funktionen jeweils den maximalen Definitionsbereich $D \subset \mathbb{R}$ an und berechnen Sie die Ableitung der Funktionen für alle $x \in D$. Schreiben Sie jeweils dazu, welche Ableitungsregeln Sie verwenden.

$$(i) \quad f(x) = \frac{e^{2x^2-2}(2x+2)}{x^2-1} \qquad (ii) \quad f(x) = \frac{\tan(2x)}{\ln(2x^2-1)}$$

(b) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \; x \mapsto (x-1)\,e^{-\frac{x^2}{2}+x}$.

  (i) Untersuchen Sie $f$ auf Monotonie und das asymptotische Verhalten von $f(x)$ für $x \to \pm\infty$.

  (ii) Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von $f_a$ und geben Sie jeweils an, ob es sich um ein lokales Maximum oder Minimum handelt.

  (iii) Stellen Sie fest, ob $f$ ein globales Maximum oder globales Minimum besitzt.

---

**Abgabetermin:** Dienstag, 06.06.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

**WICHTIG:** Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese zusammen mit dem folgenden Deckblatt. Weitere Informationen auf http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html.

# Hausaufgabe 06

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Nachname:** | | | | | | | | | | | | | | |
| **Vorname:** | | | | | | | | | | | | | | |
| **Studiengang:** | | | | | | | | | | | | | | |
| **Matr.-Nr.:** | | | | | | | | | | | | | | |
| **Gruppe:** | | | | | | | | | | | | | | |
| **Punkte:** | | | | | | | | | | | | | | |