Prof. Dr. Werner Seiler
Dominik Wulf

UNIKASSEL VERSITÄT

Analysis für

Übungsblatt 11 **Elektrotechniker/Mechatroniker/Wirtschaftsingenieure** **03.07.2017**

Aufgabe 1

(a) Berechnen Sie alle kritischen Punkte und bestimmen Sie die Hesse-Matrix für die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x, y) \mapsto 2x^2 + y^3 - x^2 y - 3y.$$

Untersuchen Sie für jeden kritischen Punkt, ob es sich dabei um ein lokales Maximum, ein lokales Minimum oder um einen Sattelpunkt handelt.

(b) Zeigen Sie, dass für jedes $a > 0$, $a \neq \frac{1}{4}$ die Funktion

$$g_a : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x, y) \mapsto \mathrm{e}^{xy} + x^2 + ay^2$$

bei $(0, 0)$ einen kritischen Punkt hat und untersuchen Sie jeweils, ob es sich dabei um ein lokales Maximum, ein lokales Minimum oder um einen Sattelpunkt handelt. Was lässt sich im Fall $a = \frac{1}{4}$ aussagen?

Aufgabe 2
Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, (x, y, z), \vec{p})$ vom Grad 2 um $\vec{p} = (0, 0, 0)$ zu der Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ (x, y, z) \mapsto \mathrm{e}^x \cos(y) \sin(z).$$

Aufgabe 3
Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_5(g, (x, y), \vec{p})$ vom Grad 5 um $\vec{p} = (0, 0)$ zu der Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x, y) \mapsto \frac{2\,\mathrm{e}^x}{2 + 3y^2},$$

indem Sie die geometrische Reihe und die Reihenentwicklung der Exponentialfunktion verwenden.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

(a) Berechnen Sie alle kritischen Punkte und bestimmen Sie die Hesse-Matrix für die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x, y) \mapsto x^3 + 12xy - 6y^2.$$

Untersuchen Sie für jeden kritischen Punkt, ob es sich dabei um ein lokales Maximum, ein lokales Minimum oder um einen Sattelpunkt handelt.

(b) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_2(f, (x, y), \vec{p})$ vom Grad 2 um $\vec{p} = (\pi, 1)$ zu der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x, y) \mapsto \cos(xy) + x\,\mathrm{e}^{y-1}.$$

(c) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_n(g, (x, y), \vec{p})$ vom Grad $n \in \mathbb{N}$ um $\vec{p} = (0, 0)$ zu der Funktion

$$g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R},\ (x, y) \mapsto \frac{1}{x + y + 1},$$

indem Sie die geometrische Reihe verwenden. Für welche $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ konvergiert das Taylorpolynom $T_n(g, (x, y), \vec{p})$ gegen $g(x, y)$ für $n \to \infty$?

Abgabetermin: Dienstag, 11.07.2017 um 10:00 Uhr in den Abgabefächern vor dem Raum 2303, WA.

WICHTIG: Aufgabe 4 muss sorgfältig bearbeitet und abgegeben werden. Versehen Sie Ihre Blätter vor dem Abgeben mit Namen, Matrikelnummer und Übungsgruppe und **tackern** Sie diese zusammen mit dem folgenden Deckblatt. Weitere Informationen auf `http://www.mathematik.uni-kassel.de/mathfb16/index.html`.

Hausaufgabe 11

Nachname:

Vorname:

Studiengang:

Matr.-Nr.:

Gruppe:

Punkte: